XV международная молодежная научная школа-конференция

«Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач»

посвященная 85-летию академика РАН В.Г. Романова

ТЕЗИСЫ

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН
Математический центр в Академгородке

Новосибирск, Академгородок,
30 октября – 3 ноября 2023 г.
Формат смешанный

Оглавление

Inverse problems for third-order hyperbolic equations

31 Oct
2:00pm

Ablabekov Baktybai Saparbekovich, Zhoroev Avtandil Kemelovich

Kyrgyz National university named after Jusup Balasagyn, Manas street, 101, Bishkek, 720024 Kirgizstan

ablabekov_ 63@mail.ru, joroev1962@mail.ru

Consider the Cauchy problem for the function $u(x,t)$:

$$Lu = F(x,t), (x,t) \in D_T = \{(x,t) : x \in R, 0 < t \leq T\}, \tag{1}$$

$$u(x,0) = \phi_0(x), u_t(x,0) = u\phi_1(x), u_{tt}(x,0) = \phi_2(x), x \in R, \tag{2}$$

where $Lu = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ and $\alpha \in (0,1)$ is a given number. In the direct problem, it is required to determine the function $u(x,t)$ from the known functions $\phi_i(x), i = 0,1,2, F(x,t)$. Let the function $F(x,t)$ have the following structure $F(x,t) = f(t), h(x)$, where $f(t), h(x)$ are known and given functions, respectively. Consider the following inverse problem: find a pair of functions $(u(x,t), f(t))$ from problem (1), (2) using additional information

$$u(0,t) = g(t), 0 \leq t \leq T, \tag{3}$$

Definition. A solution to the inverse problem (1)-(3) is a pair of functions $(u, f) \in C^{(3)}(\Delta_T) \times C[0,T]$, that satisfies conditions (1)-(3).

Theorem 1. Let the conditions $\phi_i(x) \in C^{(3-i)}(R), i = 0,1,2, F(x,t) \in C^{(2,1)}(\overline{D}_T)$ be satisfied. Then there is a unique solution to the direct problem (1)-(2).

Theorem 2. If $\phi_i(x) \in C^{(3-i)}[-T,T], i = 0,1,2, h(x) \in C^{(2)}[-T,T],\ \ h(0) \neq 0,\ \ g(t) \in C^{(3)}[0,T]$ and the matching conditions $\phi_i(0) = g^{(i)}(0), i = 0,1,2$ are satisfied, then in domain Δ_T there is a unique solution to the inverse problem (1)-(3).

Derivation of a mathematical framework for integrating climate, economy, biosphere, and ecology through analysis of statistical observations

2 Nov
2:40pm

Bezgachev M.V.

Novosibirsk State University, Novosibirsk

m.bezgachev@g.nsu.ru

Methods and problems of identification of a complex mathematical model combining climate, economy, biosphere and ecology are considered using statistical observational data in order to more accurately predict and evaluate the interaction between these systems [1, 2]. The potential of modern methods of data analysis and machine learning to improve the accuracy of model identification is analyzed, which is important for the development of effective resource management strategies and decision-making in the field of sustainable development.

References

1. *William D. Nordhaus, Joseph Boyer* Warming the World: Economic Models of Global Warming // The MIT Press, 2000, Cambridge, 245 pp
2. *Keroboto Ogutu, Fabio D'Andrea, Andreas Groth, Michael Ghil* Coupled Climate-Economy-Ecology (CoCEB) Modeling: A Dynamic Approach //SSRN Electronic Journal, 2020

---

1 Nov
2:00pm

Numerical solution of the Cauchy Problem for 3D Poisson equation using Finite-difference method

Chandragiri S.

Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk
srilathasami@math.nsc.ru

In this paper, we will solve the ill-posed Cauchy problem for the three-dimensional Poisson equation with the data given on the part of the boundary (a continuation problem) using Finite difference method in a unit cube. It is a known fact that finite difference schemes are used to discretize the PDEs resulting in a broad and sparse system of linear equations. Several studies involving iterative methods were proposed against direct methods for solving any linear system of equations to speed up the convergence rate due to the wide range of linear systems. To solve the linear system more effectively by using the iterative methods, efficient splitting of the coefficient matrices are required.

In this work, Jacobi, Gauss-Seidel and SOR(α_{opt}) iterative methods are presented. Some convergence results are derived using MATLAB software when the coefficient matrices are irreducible and diagonal dominant. The SOR(α_{opt}) method has been shown to be much faster than the Jacobi and Gauss-Seidel iterative methods which is due to the less number of iterations and the overall lower computational time. Finally, a numerical example is presented to illustrate the reliability and efficiency of the proposed method. Numerical example with a graphical behavior of the spectral radius of the corresponding iteration methods are discussed. This approach is relatively promising and will help in the determination of a numerical solution of boundary value problems.

The work has been supported by Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS in Akademgorodok, Novosibirsk, Russia under contract no: 10-3/439.

References

1. *Kabanikhin S.I.* Definitions and examples of inverse and ill-posed problems // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, Vol. 16(4), 2008, P. 317-357.
2. *Youssef I.K., Taha A.A.* On the modified successive overrelaxation method // Applied mathematics and computation, Vol. 219, 2013, P. 4601-4613.

Deep learning for solution of backward SDE

2 Nov
5:15pm

Chubatov A.A.[a], Belopolskaya Ya.I.[ab]

[a] *Sirius University of Science and Technology, Sirius*
[b] *PDMI RAS, St. Petersburg*
chaa@inbox.ru, yana.belopolskaya@gmail.com

The option pricing and portfolio investment optimization problems on markets with friction in continuous time can be represented as the Cauchy problem for a multidimensional fully nonlinear parabolic PDE

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{1}{2}Tr[\nabla^2 u]+\Psi(x,u,\nabla u,\nabla^2 u)=0, \quad u(T,x)=u_0(x), \quad (t,x)\in[0,T]\times R^d. \quad (1)$$

where $Tr\nabla^2=\Delta$ is Laplace operator, $\nabla^2 u$ is Hessian.

In original papers the connections between the BSDE theory and fully nonlinear [1] PDEs and systems of such equations [2] was described. We consider a model based on BSDE theory for equation (1) and apply the neural network technique to construct its numerical solution. Assume that a classical solution $u(t,x)$ of (1)exists.

Introduce stochastic processes $\zeta(t)=x+w(t)$, $y(t)=u(t,\zeta(t))$, $z(t)=\nabla u(t,\zeta(t))$, $\Gamma(t)=\nabla^2 u(t,\zeta(t))$, $\alpha(t)=\nabla\left(u_t(t,\zeta(t))+\frac{1}{2}\Delta u(t,\zeta(t))\right)$.

Then by the Ito formula applied to a function $V=(u,\nabla u)$ and the process $\zeta(t)=x+w(t)$ we can verify that processes $y(t)$, $z(t)$ satisfy

$$y(t)=h(\zeta(T))+\int_t^T\Psi(\zeta(s),y(s),z(s),\Gamma(s))ds-\int_t^T\langle z(s),dw(s)\rangle, \quad (2)$$

$$z(t)=z(0)+\int_0^t\alpha(s)ds+\int_0^t\Gamma(s)dw(s). \quad (3)$$

Provided we know $\alpha(t)$ and $\Gamma(t)$ we construct an approximate solution of (2) in a standard way considering partition $t_k, k\in\overline{0,N}$ and applying the Euler-Maruyama scheme. At the next step we change $\alpha(t)$ and $\Gamma(t)$ by neural networks approximations $\Gamma_k^\theta(t_k)$, $\alpha_k^\theta(t_k)$ via deep neural networks. To approximate continuous functions $\alpha(t)$ and $\Gamma(t)$ at each time point t_k we use fully connected neural networks with 4 layers. For numerical computations we follow the methodology suggested by Raissi [3].

References

1. *Cheridito P., Soner H.M., Touzi N., Victoir N.* Second order backward stochastic differential equations and fully non-linear parabolic PDEs. // Comm. Pure Appl. Math., 60(7):1081-1110, 2007.
2. *Belopolskaya Ya.I., Woyczynski W.A.* SDEs, FBSDEs and fully nonlinear parabolic systems // Rendiconti del Seminario Matematico Univ. Politec. Torino, 71(2):209-217, 2013.
3. *Raissi M.* Forward-backward stochastic neural networks: Deep learning of high-dimensional partial differential equations, 2018. // arxiv.org/abs/1804.07010.2

30 Oct
10:00am

Forward and Inverse Problems of Mean Field Games via Carleman Estimates

Mikhail V. Klibanov

Department of Mathematics and Statistics University of North Carolina at Charlotte, Charlotte, NC 28223, USA
mklibanv@charlotte.edu

In this talk, we will present our recent results of [8]-[13].

The mean field games (MFG) theory is a relatively new field, which studies the collective behavior of large populations of rational decision-makers. This theory was first introduced in 2006-2007 in seminal publications of Lasry and Lions [14] as well as of Huang, Caines and Malhamé [3]. Social sciences enjoy a rapidly increasing role in the modern society. Therefore, mathematical modeling of social phenomena can potentially provide a quite important societal impact. In this regard, the MFG theory is the single mathematical model of social processes, which is based on an universal system of coupled Partial Differential Equations (PDEs) [2]. That system is the so-called Mean Field Games system (MFGS). The number of applications of the MFGS to the societal problems is flourishing and includes such areas as, e.g. finance, fight with corruption, cybersecurity, quantum information theory, election dynamics, robotic control, etc.

Thus, due to a broad range of applications of the MFGS, it is important to address various mathematical questions for this system. In the series of six recent publications in 2023 the presenter with co-authors has addressed questions of uniqueness and stability of various forward and inverse problems for the MFGS [8]-[13]. More precisely, Hölder and Lipschitz stability results are proven for these problems. They imply uniqueness. We use the term “forward problem"in the case when the coefficients of the MFGS are known and it is required to determine the solution of the MFGS using some initial, terminal and boundary conditions. We use the term “Coefficient Inverse Problem"if it is required to determine a coefficient of the MFGS, given Dirichlet and Neumann data at a part of the boundary and some initial and terminal conditions.

In fact, we brought in the ideology of theories of Ill-Posed and Inverse Problems in the theories of both forward and inverse problems for the MFGS.

All results of [8]-[13] are obtained using the apparatus of Carleman estimates. Historically, Carleman estimates were first introduced in the field of Coefficient Inverse Problems in the work of Bukhgeim-Klibanov in 1981 [1]. The framework of [1] has been broadly used since then for proofs of global uniqueness and stability results for Coefficient Inverse Problems, see, e.g. [4, 5, 7, 15, 16] and references cited therein for some follow up publications. The presenter with coauthors has also extended the idea of [1] from the theory to globally convergent numerical methods for Coefficient Inverse Problems see, e.g. [6, 7].

References

1. Bukhgeim, A.L. and Klibanov, M.V.: Uniqueness in the large of a class of multidimensional inverse problems, Soviet Mathematics Doklady, 17, 244–247 (1981).

2. Burger, M., Caffarelli, L. and Markowich, P.A.:Partial differential equation models in the socio-economic sciences, Philosophical Transactions of Royal Society, A372, 20130406 (2014).
3. Huang, M., Caines, P.E, and Malhamé, R.P.: Large-population cost-coupled LQG problems with nonuniform agents: individual-mass behavior and decentralized Nash equilibria, IEEE Trans. Automat. Control, 52, 1560–1571 (2007).
4. Imanuvilov, O.Y. and Yamamoto, M.: Lipschitz stability in inverse parabolic problems by the Carleman estimate, Inverse Problems, 14, 1229-1245 (1998).
5. Klibanov, M.V.: Carleman estimates for global uniqueness, stability and numerical methods for coefficient inverse problems, J. of Inverse and Ill-Posed Problems, 21, 477-510 (2013).
6. Klibanov, M.V., Li, J. and Zhang, W.: Convexification for an inverse parabolic problem, Inverse Problems, 36, 085008 (2020).
7. Klibanov M.V. and Li, J.: Inverse Problems and Carleman Estimates: Global Uniqueness, Global Convergence and Experimental Data, De Gruyter, Berlin (2021).
8. Klibanov M.V. and Averboukh, Y.: Lipschitz stability estimate and uniqueness in the retrospective analysis for the mean field games system via two Carleman estimates, arXiv: 2302.10709 (2023).
9. Klibanov, M.V.: The mean field games system: Carleman estimates, Lipschitz stability and uniqueness, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, published online, https://doi.org/10.1515/jiip-2023-0023 (2023).
10. Klibanov, M.V., Li, J. and Liu, H.: On the mean field games system with lateral Cauchy data via Carleman estimates, *arXiv*: 2303.0758 (2023).
11. Klibanov, M.V., Li, J. and Liu, H.: Hölder stability and uniqueness for the mean field games system via Carleman estimates, *arXiv*: 2304.00646, 2023.
12. Klibanov, M.V., Li, J. and Liu, H.: Coefficient inverse problems for a generalized mean field games system with the final overdetermination, arXiv: 2305.01065 (2023).
13. Klibanov, M.V.: A coefficient inverse problem for the mean field games system, https://arxiv.org/search/?query=Klibanov&searchtype=all&source=header (2023).
14. Lasry, J.-M. and Lions, P.-L.: Mean field games, Japanese Journal of Mathematics, 2, 229-260 (2007).
15. Rakesh and Salo, M.: The fixed angle scattering problem and wave equation inverse problems with two measurements, Inverse Problems, 36, 035005 (2020).
16. Yamamoto, M.: Carleman estimates for parabolic equations. Topical Review, Inverse Problems, 25, 123013 (2009).

---

2 Nov
4:40pm

Numerical algorithms for solving the nonlinear Schrödinger equation

Liu S.

Novosibirsk State University, Novosibirsk
liushusng1118@mail.ru

In this paper, machine learning algorithms are used to solve the nonlinear Schrodinger equation in a dispersed medium [1]. Adaptive activation function is used to optimize the model of physics-informed neural networks. The PINN method gives fairly accurate solutions with a small amount of data. The PINN method can be used for a fiber laser with a semiconductor optical amplifier, in which nonlinear effects allow spectral rearrangement of the generated pulses[2, 3] .

References

1. *Griffiths D. F., Mitchell A. R. Morris J L.* A numerical study of the nonlinear Schrödinger equation. Computer methods in applied mechanics and engineering. 1984, 45(1-3), 177-215.
2. *Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E.* Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. Journal of Computational physics, 2019, N.378, 686-707.
3. *Bednyakova A., Khudozhitkova D., Turitsyn S.* Nonlinear spectral tunability of pulsed fiber laser with semiconductor optical amplifier. Scientific Reports, 2022, N.12(1), 1-10.

---

3 Nov
9:35am

On the Boundary Control Method for Discrete and Continuous Problems and Related Issues.

Михайлов Александр Сергеевич, Михайлов В.С.

Санкт-Петербургское отделение Математического института имени В.А. Стеклова РАН, Россия

Boundary Control method for one dimensional wave equation in continuous and discrete situations will be discussed. A connection of dynamic inverse problem to the classical moment problems in discrete case and relationships of certain object for wave, heat and dynamic Schroedinger equations in continuous case will be shown. Some new statements will be formulated for a continuous situation, similar to the known results for a discrete situation.

On cycles in nonlinear gene network model

2 Nov
4:35pm

Minushkina L. S.

Novosibirsk State University, Novosibirsk
l.minushkina@g.nsu.ru

We consider a six-dimensional dynamical system

$$\frac{dx_j}{dt} = L_j(y_{j-1}) - \Gamma_j(x_j); \quad \frac{dy_j}{dt} = G_j(x_j) - \gamma_j(y_j), \quad j = 1, 2, 3, \ j-1 := 3 \text{ if } j = 1, \tag{1}$$

simulating circular gene network called a repressilator, see [1]. In this model concentrations of mRNAs and proteins are denoted by x_j, y_j, negative feedback and positive feedback are described by smooth monotone decreasing functions L_j and by smooth monotone increasing functions G_j respectively. The process of degradation is characterized by smooth nonlinear functions Γ_j, γ_j.

In this paper we assume that the values $\Gamma_j^{-1}(L_j(0))$ and $\gamma_j^{-1}(\sup G_j)$ are defined for all j. All trajectories of this dynamical system are contained in six-dimensional parallelepiped $\mathcal{Q}^6 = \prod_{j=1}^{3} [0, \Gamma_j^{-1}(L_j(0))] \times [0, \gamma_j^{-1}(\sup G_j)]$ and do not leave it as time increases. The system (1) has a unique equilibrium point $\mathcal{S}_0$ in the interior of the invariant domain $\mathcal{Q}^6$. We study trajectories of the system (1) containing in subdomain W_1 stated in [2].

The main result of this paper is Theorem 1.

Theorem 1 *If the linearization matrix of the system (1) has at least two complex conjugate eigenvalues with positive real part and does not have any pure imaginary eigenvalues in the neighbourhood of $\mathcal{S}_0$, then the system (1) have a cycle $\mathcal{C}$ in the invariant subdomain W_1.*

The cycle $\mathcal{C}$ bounds a two-dimensional invariant surface consisting of trajectories of the system (1) as it was noted in [3].

The work has been supported by RSCF project 23-21-00019.

References

1. *Glyzin S. D., Kolesov A. Yu., Rozov N. Kh.* Buffering in cyclic gene networks // Theor. Math. Fiz., 2016, V. 187, N 3, P. 560–579.
2. *Ayupova N. B., Golubyatnikov V. P., Kazantsev M. V.* On the existence of a cycle in an asymmetric model of a molecular oscillator // Numerical Analysis and Applications, 2017, V. 10, N 2, P. 101–107.
3. *Golubyatnikov V. P., Akinshin A. A., Ayupova N. B., Minushkina L. S.* Stratifications and foliations in phase portraits of gene network models // Vavilov Journal of Genetics and Breeding, 2022, V. 26, N 8, P. 758–764.

2 Nov
5:35pm

Architecture of neural networks with deep learning for the analysis of applied problems

Орман Индира Маликовна

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, физико-технический факультет, кафедра системного анализа и управления, Астана, Казахстан
indira.malikovna@mail.ru

Deep Learning is a field included in to Artificial Intelligence. It allows computational models to learn multiple levels of abstraction with multiple processing layers. This Artificial Neural Networks gives state-of-art performance in various fields like Computer Vision, Speech recognition and different domain like bioinformatics. There are mainly three architectures of Deep Learning Convolution Neural Network, Deep Neural Network and Recurrent Neural Network which provides the higher level of representation of data at each next layer. Deep Learning is required to classify high dimensional data like images, audio, video and biological data. Keywords: Neural Network, Deep Learning, Deep Neural Network, Stacked Autoencoder, Convolu- tion Neural Network, Recurrent Neural Network.

---

2 Nov
6:15pm

DETERMINING THE DEPTH OF INCLUSION IN THE UNDERLYING ENVIRONMENT

Orman I. M., Boranbaev S. A., Kurmashov I. G.

L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan
M.Kozybayev North Kazakhstan University, Petropavlovsk, Kazakhstan

The work is devoted to the problem of determining the depth of inclusion in the underlying environment. The algorithm for determining the depth of occurrence is based on the sensing method using georadar hardware of the Loza-V series. There are two methods of GPR surveying: profiling and probing. When profiling, the radar moves along the path along with the transmitting and receiving antennas. During sounding, one path point is selected, then a series of registrations of reflected signals are carried out with the source and receiver antennas spaced at equal distances in different directions. As a result of these measurements, a hodograph is obtained - a function of the delay time of the reflected signals [1]. Based on two measurements of signal delays and and known distances between the receiver and the source, the depth of the inclusion is determined from the following relationship [1]:

$$h_1 = \sqrt{\frac{t_2^2 d_1^2 - t_1^2 d_2^2}{4(t_1^2 - t_2^2)}}$$

Then, from the known power of the first layer, we can determine the dielectric constant of the surrounding medium:

$$\varepsilon_1 = \frac{t_1^2 c^2}{4h_1^2 + d_1^2}$$

A software module has been compiled to determine the depth of inclusion in the underlying medium and its important characteristic, dielectric constant, has been determined.

The design of the Loza-V georadar used made it possible to separate the source and the receiver antenna, which made it possible to determine the hodograph based on the delay times and separation distances and thereby calculate the required parameters. Thus, the probing method is the most informative for the type of problems under consideration. To test the software module, a number of targets were prepared in the field, immersed in the containing medium (clean sand), namely: an iron canister; plastic bottles: peat briquette.

The results of experimental studies using the Loza-V series georadar using the probing method gave a positive result.

The work was supported within the framework of grant funding from the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan 2023-2025 under project AR 19680361 Development of computing technologies for diagnosing road pavement of highways.

References

1. *Vladov M.L., Starovoitov A.V.* GPR studies of the upper part of the section. -M.: MSU, 1999. - 92 p.

Approximate Lipschitz stability for phaseless inverse scattering with background information

3 Nov
12:20pm

Sivkin V.

Ecole Polytechnique, France
sivkin96@ya.ru

We prove approximate Lipschitz stability for monochromatic phaseless inverse scattering with background information in dimension $d \geq 2$. Moreover, these stability estimates are given in terms of non-overdetermined and incomplete data. Related results for reconstruction from phaseless Fourier transforms are also given. Our talk is based on the work [2], the prototypes of these results for the phased case were given in [1].

References

1. Novikov, 2013 Approximate Lipschitz stability for non-overdetermined inverse scattering at fixed energy, J. Inverse Ill-Posed Problems, 21, 813-823.

2. Sivkin, 2023 Approximate Lipschitz stability for phaseless inverse scattering with background information, Journal of Inverse and Ill-posed Problems, 31(3), 441-454.

---

3 Nov
9:00am

Some development on studies of uniqueness and stability for inverse problems for parabolic, hyperbolic and Schrödinger equations

M. Yamamoto

Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, Komaba, Meguro, Tokyo 153-8914, Japan
myama@ms.u-tokyo.ac.jp

As a principal inverse problem, we can refer to the determination of spatially varying coefficients for evolutionary partial differential equations by single observation data on subboundary. The mathematical issues are the uniqueness and the stability, and since a pioneering work Bukhgeim and Klibanov [3], such researches have been developed and now many results are available. Here we refer only to Bellassouend and Yamamoto [2], Isakov [4], Klibanov and Timonov [5], Yamamoto [7], [8].

However, the uniqueness and the stability are open in several important cases. The main purpose of this talk is to give affirmative answers to some of such open problems.

Let $\subset^d$ be a bounded smooth domain, $x = (x_1, ..., x_d) \in^d$, and ν be the unit outward normal vector to . Moreover let $\gamma \subset$ be an arbitrarily chosen subboundary, $0 \le t_0 \le T$ be arbitrarily fixed.

(I) Inverse parabolic problems with initial or final value problems
For ${}_t u(x,t) = \Delta u(x,t) + p(x)u(x,t)$ in $\times(0,T)$, we consider the determination of $p(x)$, $x \in$ by data

$$(u|_{\gamma\times(0,T)},\ \nabla u|_{\gamma\times(0,T)},\ u(\cdot, t_0)|).$$

Only for the case of $0 < t_0 < T$, the uniqueness and the stability are proved (e.g., [4], [7], [8]). The problems are not solved for $t_0 = 0$ and $t_0 = T$, in general.

We obtained

- the uniqueness for the one-dimensional case $:= (0, \ell)$: Assuming that ${}_x u(0,t) = 0$ for $0 < t < T$, we prove the uniqueness in determining $p(x)$, $0 < x < \ell$ only by data $(u(0,t),\ u(x,0))$ with $0 < t < T$ and $x \in (0,\ell)$. We stress that we have no data at another end $x = \ell$. This was an open problem even for the one-dimensional case. Moreover we describe a general scheme for establishing the uniqueness which is based on transformation operator (e.g., Levitan [6]) and the uniqueness for the inverse hyperbolic problem by Carleman estimate.

- the uniqueness by data $(u|_{\gamma\times(0,T)},\ (\nabla u\cdot\nu)|_{\times(0,T)},\ u(\cdot,0)|)$, provided that the initial value $u(\cdot,0)$ is sufficiently smooth.

- the Lipschitz stability by data $(u|_{\gamma\times(0,T)},\ (\nabla u\cdot\nu)|_{\times(0,T)},\ u(\cdot,T)|)$.

(II) Sharp unique continuation for the Schrödinger equation
Let $\gamma \subset$ and $T > 0$ be arbitrarily chosen. Then, for $\sqrt{-1}_t u + \Delta u = p(x)u$ in $\times(0,T)$, we show that if $u =_\nu u = 0$ on $\gamma \times (0,T)$, then $u = 0$ in $\times(0,T)$. Moreover we apply it to inverse source problems.

(III) Inverse problems for transmission hyperbolic equations.
We consider a transmission equation where the wave speed is piecewise continuous

and a source term in the form of $f(x)R(x,t)$ is attached. For suitably given $R(x,t)$, we are concerned with an inverse problem of determining $f(x)$ by initial values and Cauchy data on a suitable lateral subboundary. We prove the uniqueness and the stability for this inverse problem, which improves the results in Baudouin, Mercado and Osses [1]. The method relies on a Carleman estimate (Yamamoto [8]) which can be directly derived for hyperbolic equations of variable principal terms.

The contents of this talk are joint articles with Professor Oleg Y. Imanuvilov (Colorado State University).

References

1. L. Baudouin, A. Mercado and A. Osses, A global Carleman estimate in a transmission wave equation and application to a one-measurement inverse problem, Inverse Problems **23** (2007) 257-278.
2. M. Bellassoued and M. Yamamoto, *Carleman Estimates and Applications to Inverse Problems for Hyperbolic Systems*, Springer Japan, Tokyo, 2017.
3. A.L. Bukhgeim and M.V. Klibanov, Global uniqueness of a class of multidimensional inverse problems, Sov. Math.- Dokl. **24** (1981) 244-247.
4. V. Isakov, *Inverse Source Problems*, American Mathematical Society, Providence, RI, 1990.
5. M.V. Klibanov and A.A., Timonov, *Carleman Estimates for Coefficient Inverse Problems and Numerical Applications*, VSP, Utrecht, 2004.
6. B.M. Levitan, *Inverse Sturm-Liouville Problems*, VNU Science Press, Utrecht, 1987.
7. M. Yamamoto, Carleman estimates for parabolic equations and applications, Inverse Problems **25** (2009) 123013.
8. M. Yamamoto, *Introduction to Inverse Problems for Evolution Equations: Stability and Uniqueness*, Lecture Note at The University of Rome Tor Vergata, 2021, to appear.

Regularized Cholesky Decomposition Method for low bit width computing

31 Oct
4:45pm

Zhang Z.

Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny

zhibin@phystech.edu

Digital signal processing (DSP) depends on the accurate inversion of correlation matrices for an array of essential applications. Specifically, within wireless communications, several tasks such as interference whitening in multiantenna receivers , multiantenna channel estimation problem, and the representation of linear systems as $Ax = y$, all rely on the inverse of correlation matrices.

The Cholesky decomposition, favored for its computational efficiency and numerical robustness, occasionally grapples with challenges when confronted with certain ill-conditioned matrices — most notably when faced with a significantly large condition number. In addressing these computational challenges, several algorithms have been proposed, among which the Modified Cholesky Decomposition [1] stands out. However, the diagonal loading method, owing to its straightforward implementation, is gaining popularity in practical applications. Pinpointing an optimal loading value for this method remains a significant research challenge. In the context of low-bit-width computations, rounding errors present a pivotal challenge. Traditional determinate rounding error analysis [2] often provide overestimations, offering limited guidance for practical implementations. In this talk, we introduce probabilistic rounding error analysis [3] as the theoretical foundation. This approach offers a more precise rounding error estimation, allowing for a more accurate assessment of algorithmic stability and reliability, and providing a theoretical basis for the selection of diagonal loading values. Moreover, the potential for rounding errors raises concerns about the non-positive definiteness of correlation matrices, necessitating careful attention in algorithm design and implementation.

In the realm of signal processing, we need to deal with matrix equation

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y} + \mathbf{n}$$

where $\mathbf{A} \in C^{n\times n}$ rank limited matrix, $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{n} \in C^{n\times 1}$ correspond to the unknown vector, observation vector, and Gaussian noise vector, respectively. It's noteworthy that the Gaussian additive noise poses challenges as it tends to introduce distortions into correlation matrices. Particularly under conditions of under sampling, such noise can induce a pronounced disparity between the matrix's minimal eigenvalue and its anticipated statistical value[4]. To redress this discrepancy, our research delves intensively into regularization techniques.

This research elucidates the integration strategies of regularization techniques and Cholesky computation protection, particularly under constrained bit-width scenarios, aiming for a comprehensive rectification of the deviation of correlation matrix inverses.

References

1. *Cheng, Sheung Hun, and Nicholas J. Higham.* A modified Cholesky algorithm based on a symmetric indefinite factorization. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications 19.4 (1998): 1097-1110.
2. *Higham, Nicholas J.* Accuracy and stability of numerical algorithms. Society for industrial and applied mathematics, 2002.
3. *Higham, Nicholas J., and Theo Mary.* A new approach to probabilistic rounding error analysis. SIAM journal on scientific computing 41.5 (2019): A2815-A2835.
4. *Marchenko, Vladimir Alexandrovich, and Leonid Andreevich Pastur.* Distribution of eigenvalues for some sets of random matrices. Matematicheskii Sbornik 114.4 (1967): 507-536.

Марковские аппроксимации задач оптимального управления

31 Oct
11:10am

Авербух Юрий Владимирович

Институт математики и механики УрО РАН (Екатеринбург), Россия
averboukh@gmail.com

Доклад будет посвящен численному построению решений задач оптимального управления, в том числе в случае конфликтно управляемых систем. Традиционно решение этих задач основывается на приницпе динамического программирования, который сводит исходную задачу к уравнению в частных производных первого порядка – уравнению Гамильтона-Якоби. Решение этого уравнения необходимо понимать в вязкостном/минимаксном смысле, который предполагает использование аппарата негладкого анализа. В докладе мы обсудим как вязкостное/минимаксное решение, так численный метод решения задач оптимильного управления, основанный на замене исходной детерминированной динамики марковской цепью, определенной на некоторой решетке. При этом метод динамического программирования сводит управляемую марковскую цепь к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, а значит, позволяет построить аппрокимацию вязкостного решения уравнения Гамильтона-Якоби решением системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Численное решение обратной задачи на уравнении гиперболической теплопроводности

2 Nov
2:00pm

Акиндинов Георгий Дмитриевич, Криворотько О.И., Матюхин В.В.

Московский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия
akindinov.gd@phystech.edu

В данной статье рассматривается алгоритм численного решения обратной задачи для уравнения гиперболической теплопроводности с малым параметром. Задача состоит в том, чтобы по конечному распределению определить начальное. Представленный нами алгоритм позволяет найти решение к задаче с любой допустимой заданной наперед точностью. Данный алгоритм представляет избежать трудностей, аналогичных тем, что возникают при решении уравнения теплопроводности с обращенным временем. В данной работе для решения уравнений в частных производных используется неявный метод конечных разностей, представлен способ оптимального выбора размера сетки благодаря экстраполяции Ричардсона и обучению на относительно больших размерах сетки и с небольшим числом итераций градиентного метода. Данный алгоритм позволяет найти адекватную оценку для константы Липшица градиента целевого функционала. Кроме того, данный алгоритм позволяет решать более широкий класс задач со схожей структурой(уравнение состояния плазмы, эпидемиологические и социальные процессы). Также рассмотрена работа градиентного метода на зашумленных данных, предложены идеи ускорения алгоритма, а также новые идеи и связь работы с машинным обучением.

---

2 Nov
3:35pm

Численное решение обратной задачи электроимпедансной томографии с использованием итерационного метода

Афанасьева Анна Александровна, Старченко А.В.

Томский государственный университет, Томск, Россия
afanaseva_anyutka@inbox.ru

Электроимпедансная томография (ЭИТ) - это неинвазивный метод визуализации, используемый для оценки пространственного распределения электрической проводимости внутри объекта при пропускании слабого электрического тока на основе измерений напряжения на граничных электродах. Решение обратных задач ЭИТ в режиме реального времени является сложной задачей из-за их размерности, нелинейностей и того факта, что они некорректны. Таким образом, необходимы эффективные алгоритмы для решения таких задач.

В данной работе спроектирован вычислительный алгоритм решения обратной задачи ЭИТ в полной электродной постановке, которая представляет собой коэффициентную обратную задачу для разностной схемы, построенной на неструктурированных сетках для уравнения эллиптического типа с интегро-дифференциальными граничными условиями. Итерационный алгоритм на каждом шаге при принятом распределении электрической проводимости включает: 1) нахождение обратной матрицы для основной матрицы системы линейных уравнений разностной схемы, 2) численное решение набора прямых задач ЭИТ для различных токовых конфигураций активных электродов, 3) вычисление производных от основной матрицы, 4) уточнение электрической проводимости с помощью метода Левенберга - Марквардта. Алгоритм реализован численно для двумерного случая и протестирован с помощью искусственных измерений на простой модели круга с 8 электродами и с двумя неконцентрическими круговыми вставками, имеющими отличающуюся электрическую проводимость.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (соглашение № 075-02-2023-943)

---

31 Oct
9:00am

Обратные задачи спектрального анализа и некоторые их приложения

Белоносов Владимир Сергеевич

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск
bvs@math.nsc.ru

Принципиальным разделом математической физики является восстановление линейных дифференциальных операторов по их спектральным характеристикам. Это направление почти сто лет развивается мировым научным сообществом. Первые фундаментальные результаты были получены В.А. Амбарцумяном, Г. Боргом, В. Гайзенбергом, В.А. Марченко, И.М. Гельфандом, Б.М.

Левитаном, М.Г. Крейном и многими другими выдающимися учеными (см. обзор [1]). Новый класс математических задач геофизики — обратные динамические задачи сейсмики — подробно исследовал А.С. Алексеев [2]. При этом он вывел явные формулы, позволяющие по экспериментальным данным сейсмического зондирования восстановить спектральные функции распределения соответствующих дифференциальных операторов.

В настоящем докладе приведено распространение подходов и методов, предложенных А.С. Алексеевым, на обратные задачи акустического зондирования дна водоёмов [3]. В среде, состоящей из плоского слоя воды, расположенного на границе упругого полупространства, рассматриваются акустические волны, возбуждаемые точечным источником на поверхности воды. Предполагается, что механические параметры среды зависят только от глубины. Установлено, что при определенных условиях точечное воздействие и отвечающий ему режим колебаний на поверхности воды однозначно определяют так называемый акустический импеданс, то есть произведение плотности среды и скорости распространения продольных волн в упругом полупространстве.

Список литературы

1. *Левитан Б.М., Саргсян И.С.* Операторы Штурма—Лиувилля и Дирака. // М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1988, 432 с.
2. *Алексеев А.С.* Обратные динамические задачи сейсмики. // В кн.: Некоторые методы и алгоритмы интерпретации геофизических данных, М.: Наука. 1967, с. 9–48.
3. *Белоносова А.В., Белоносов В.С.* Прямые и обратные задачи акустического зондирования дна водоёмов. // Сибирские электронные математические известия, 2013, т. 10, с. 10–15.

Обратные спектральные задачи для дифференциальных операторов с коэффициентами-распределениями

31 Oct
9:35am

Бондаренко Наталья Павловна

Саратовский государственный университет, Саратов
bondarenkonp@sgu.ru

Доклад посвящен спектральной теории дифференциальных операторов, порожденных дифференциальными выражениями вида

$$\ell_n(y) = y^{(n)} + \textstyle\sum_{k=0}^{m-1} (\tau_{2k}(x) y^{(k)})^{(k)} \\ + \textstyle\sum_{k=0}^{m+s-2} \Big((\tau_{2k+1}(x) y^{(k)})^{(k+1)} + (\tau_{2k+1}(x) y^{(k+1)})^{(k)} \Big), \quad x \in (0,1),$$

где $n = 2m + s$, $m \in N$, $s \in \{0,1\}$, $(\tau_\nu)_{\nu=0}^{n-2}$ — коэффициенты-распределения (обобщенные функции), $\tau_\nu \in W_{2-s}^{-i_\nu}[0,1]$, $\nu = \overline{0, n-2}$, $i_{2k+j} := m - k - j$, $k \geq 0$, $j \in \{0,1\}$. Иначе говоря, $\tau_\nu = \sigma_\nu^{(i_\nu)}$, где $\sigma_\nu \in L_{2-s}[0,1]$, $\nu = \overline{0, n-2}$.

В докладе будут рассмотрены обратные спектральные задачи, которые состоят в восстановлении коэффициентов $(\tau_\nu)_{\nu=0}^{n-2}$ дифференциального выражения defln по различным спектральным характеристикам. В работе используется регуляризационный подход для дифференциальных операторов с коэффициентами-распределениями, предложенный в [1]. Решение обратных задач основано на идеях метода спектральных отображений, развитого В.А. Юрко для дифференциальных операторов с регулярными коэффициентами (см. [2]). Основные результаты для обратных задач с коэффициентами-распределениями были получены в [3,4] и других работах автора.

Работа проводилась при поддержке гранта Российского научного фонда № 21-71-10001, https://rscf.ru/project/21-71-10001/.

Список литературы

1. *Мирзоев К.А., Шкаликов А.А.* Дифференциальные операторы четного порядка с коэффициентами-распределениями // Матем. заметки. 2016. Т. 99, № 5. С. 788–793.
2. *Юрко В.А.* Введение в теорию обратных спектральных задач. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 384 с.
3. *Bondarenko N.P.* Reconstruction of higher-order differential operators by their spectral data // Mathematics. 2022. Vol. 10, no. 20, Article ID 3882.
4. *Bondarenko N.P.* Linear differential operators with distribution coefficients of various singularity orders // Math. Meth. Appl. Sci. 2023. Vol. 46, no. 6. P. 6639–6659.

---

2 Nov
10:00am

Неединственность цикла в моделях генных сетей

Голубятников Владимир Петрович

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия
golubyatn@yandex.ru

Вопросы существования, устойчивости и локализации периодических траекторий динамических систем, моделирующих разнообразные биохимические процессы, рассматривались во многих публикациях, как в математических, так и в биологических, см., например, [1,2]. Решения этих систем уравнений описывают динамику изменения концентраций веществ, участвующих в таких процессах.

В докладе описаны трёхмерные динамические системы с кусочно-линейными правыми частями, моделирующие функционирование простейшего молекулярного репрессилятора, и имеющие бесконечные однопараметрические семейства циклов в их фазовых портретах. Все эти циклы устойчивы по Ляпунову.

Следуя [3,4], в докладе также построена аналогичная динамическая система с трёхступенчатыми монотонно убывающими правыми частями, имеющая два кусочно-линейных цикла; один из них асимптотически устойчив, другой представляет собой пример нелокального колебания (Hidden Attractor).

Ранее неединственность циклов у подобных динамических систем биохимической кинетики удавалось описать только в старших размерностях, начиная с пяти, то есть в моделях многокомпонентных генных сетей, см. [4,5,6].

Работа проводилась при поддержке РНФ, грант 23-21-00019.

Список литературы

1. *Elowitz M. B., Leibler S.* A synthetic oscillatory network of transcriptional regulators. Nature. 2000. V. 403. P. 335–338.
2. *Колесов А. Ю., Розов Н. Х., Садовничий В.А.* Периодические решения типа бегущих волн в кольцевых генных сетях. Известия РАН. Сер. матем. 2016. Т. 80, N 3. С. 67–94.
3. *Голубятников В.П., Иванов В.В., Минушкина Л.С.* О существовании цикла в одной несимметричной модели кольцевой генной сети. Сибирский журнал чистой и прикладной математики. 2018. Т. 18, N 3. С. 26–32.
4. *Golubyatnikov V.P., Gradov V.S.* Non-uniqueness of cycles in piecewise-linear models of circular gene networks. Siberian Advances in Mathematics. 2021. Т. 31, N 1. С. 1–12.
5. *Акиньшин А.А.* Бифуркация Андронова-Хопфа для некоторых нелинейных уравнений с запаздыванием. Сиб. журн. индустр. математики. 2013. Т. 16, N 3. С. 3–15.
6. *Golubyatnikov V.P., Kirillova N.E.* On cycles in models of functioning of circular gene networks. Journal of Mathematical Sciences. 2020, V. 246, N 6. P. 779–787.

Математическое и компьютерное моделирование состояния стволовых клеток

2 Nov
11:30am

Голубятников В.П., Татаринова Е.А.

Новосибирский государственный университет, Новосибирск
golubyatn@yandex.ru

Рассмотрена предложенная в [1] математическая и численная модель функционирования генной сети, контролирующей состояние эмбриональных стволовых клеток мыши. В соответствующих дифференциальных уравнениях биохимической кинетики нелинейные слагаемые хилловского типа описывают скорости синтеза трёх РНК, кодирующих остальные компоненты генной сети. Эти компоненты могут находиться как в ядре клетки, так и в её цитоплазме, что повышает размерность системы уравнений.

Полученные в [1] результаты о мультистабильности в фазовых портретах динамических систем размерностей 7 и 3 распространены на более сложную модель, представленную в виде нелинейной динамической системы размерности 10, учитывающей ещё одну положительную связь между компонентами генной сети, и на более широкие области изменения параметров рассматриваемых моделей. Это позволило получить оценки для решений обратных задач идентификации таких параметров.

Следуя [2, 3], для исследования таких моделей, в частности для выявления их стационарных точек и описания перестроек фазовых портретов при вариациях параметров, было разработано специализированое клиент-серверное программное обеспечение и проведены вычислительные эксперименты: все вычисления производятся на облачном сервере, а результаты доступны в веб-браузере https://colab.research.google.com/drive/ — адрес файла:
1BKX9KUrgxhOLPkl_WwbCn1EYppu1lu5K?usp=sharing

Результаты численного моделирования этой генной сети полностью соответствуют описанию фазовых портретов указанных динамических систем средствами качественной теории дифференциальных уравнений.

Работа проводилась при поддержке РНФ, грант 23-21-00019.

Список литературы

1. *Akberdin I.R., Omelyanchuk N.A., Fadeev S.I., Leskova N.E., Oschepkova E.A., Kazantsev F.V., Matushkin Yu.G., Afonnikov D.A., Kolchanov N.A.* Pluripotency gene network dynamics: System views from parametric analysis. // PLoS ONE. 2018. V.13, № 3. e0194464.
2. *Akinshin A.A., Ayupova N.B., Golubyatnikov V.P., Kirillova N.E., Podkolodnaya O.A., Podkolodnyy N.L.* On a numerical model of a circadian oscillator. // Numerical Analysis and Applications, 2022, V. 15, № 3, p. 187–196.
3. *Golubyatnikov V.P., Akinshin A.A., Ayupova N.B., Kirillova N.E.* Stratifications and foliations in phase portraits of gene network models. // Vavilov Journal of Genetics and Breeding, 2022, V. 26, № 8, p. 758–764.

---

1 Nov
10:10am

Методы решения задачи идентификации источников в модели сложного теплообмена

Гренкин Глеб Владимирович

Владивостокский государственный университ, Владивосток, Россия
glebgrenkin@gmail.com

Работа посвящена исследованию стационарной модели сложного теплообмена на основе диффузионного (P_1) приближения. В статье [1] рассматривалась обратная задача восстановления мощностей тепловых источников при заданных их объемных плотностях и известных значениях функционалов источников на поле температуры. Установлено, что обратная задача имеет по крайней мере одно решение, и получены условия единственности решения, которые выполняются при достаточно большом коэффициенте температуропроводности.

Нелинейность модели усложняет теоретический анализ единственности решения обратной задачи. Численное исследование обратной задачи для частного случая двух источников выявило следующую закономерность: на координатной плоскости (q_1, q_2) изолинии каждого наблюдения $F_j(q_1, q_2) = \int_\Omega f_j(x) T[q_1, q_2](x)\, dx$ прямолинейны, хотя зависимость наблюдений от мощностей источников q_1, q_2 является нелинейной: изолинии не равноотстоят друг от друга.

Если принять как факт эту закономерность, то становится очевидным, что обратная задача имеет единственное решение, которое может быть найдено как корень системы нелинейных алгебраических уравнений: методом Ньютона или методом наискорейшего покоординатного спуска с предобусловливателем, учитывающим направление спуска.

Также для решения обратной задачи предложен метод, основанный на линеаризации обратной задачи, который на каждой итерации алгоритма вычисляет мощности источников q_i, при которых достигаются заданные значения наблюдений F_j, когда поле температуры T определяется по линейной модели теплопроводности. Установлена связь между решениями нелинейной и линейной моделей, но поскольку значения наблюдений для линейной модели неизвестны, они находятся последовательными приближениями в ходе работы алгоритма.

С учетом выявленной структуры изолиний проведено полуэмпирическое обоснование сходимости данного алгоритма. В дальнейшем теоретическое обоснование сходимости алгоритма может помочь в доказательстве однозначной разрешимости обратной задачи.

Список литературы

1. *Chebotarev A.Yu., Grenkin G.V., Kovtanyuk A.E., Botkin N.D., Hoffmann K.-H.* Inverse problem with finite overdetermination for steady-state equations of radiative heat exchange // J. Math. Anal. Appl. 2018. V. 460. N 2. P. 737–744.

Сравнительный анализ численных методов определения источника акустических волн

1 Nov
2:20pm

Губер Алексей Владимирович, Шишленин М.А.

Новосибирский государственный университ, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

a.guber@g.nsu.ru

В работе исследована обратная задача определения источника волн в двумерном случае.

Рассмотрим прямую задачу для уравнения акустики в области $\Omega = \{(x, y) : x \in (0, L_x), y \in (0, L_y)\}$:

$$u_{tt} = div(c^2(x, y)\nabla u), \qquad (x, y) \in \Omega, \quad t \in (0, T),$$

$$u|_{t=0} = q(x, y), \qquad u_t|_{t=0} = 0,$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0.$$

Подобные задачи возникают во многих приложениях. Например, в задачах распространения волны цунами $c(x, y) = \sqrt{gh(x, y)}$ — скорость распространения волн, $h(x, y)$ глубина океана, $g = 9.81$ м/с^2 — ускорение свободного падения [1].

Обратная задача состоит в определении функции $q(x, y)$ по дополнительной информации [2]:

$$u(x_n, y_n, t) = f_n(t), \qquad n = \overline{1, N}.$$

Здесь (x_n, y_n) — расположение приемников, N — количество приёмников.

В операторной форме обратная задача формулируется в виде $Aq = f$.

Проведён сравнительный анализ таких численных методов решения данной задачи, как матричный метод, нейронные сети PINN, градиентный метод.

Список литературы

1. *В. М. Кайстренко.* Обратная задача на определение источника цунами. – Сб.: Волны цунами. Труды САХКНИИ – 1972. Вып.29.С.82-92
2. *М. А. Шишленин.* Матричный метод в задачах определения источников колебаний. Сиб. электрон. матем. изв., 11 (2014), С.161–С.171.

---

30 Oct
10:35am

Асимптотики волновых полей в линейных неоднородных средах, порожденных гармоническими по времени пространство-локализованными источниками

Доброхотов Сергей Юрьевич

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
s.dobrokhotov@gmail.com

Доклад посвящен методу построения эффективных формул для квазиклассических асимптотических решений многомерных стационарных линейных неоднородных дифференциальных (и псевдодифференциальных) скалярных и векторных уравнений в частных производных с локализованными правыми частями. Эти задачи близки к задачам об асимптотике функции Грина для соответствующих операторов, в частности, изученным в многочисленных работах задачах об асимптотике функции Грина для уравнения Гельмгольца и возникают в различных областях физики, включая задачи об электромагнитных волн. Метод основан на идеях, восходящих к В.П.Маслову, В.В.Кучеренко, R. Melrose, G. A. Uhlmann, и позволяет описать асимптотические решения с помощью конструктивно определяемых семейств траекторий в форме ВКБ-функций или канонического оператора Маслова и специальных функций при наличии в задаче каустик и фокальных точек. При этом асимптотики содержат в себе информацию о форме генерирующего волны источника. Метод иллюстрируется примерами для уравнения Гельмгольца и системы уравнений Дирака.

Результаты получены совместно с А.Ю.Аникиным, В.Е.Назайкинский, М.Руло и А.А.Толченниковым и поддержан Российским научным фондом (проект 21-11-00341).

Численные методы определения переменного кинетического коэффициента в модели динамики сорбции

30 Oct
4:40pm

Чжу Дунцинь, Денисов А.М.

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва
zhudq1002@163.com, den@cs.msu.su

Рассматривается следующая математическая модель процесса динамики сорбции

$$u_x(x,t) + a_t(x,t) = 0, \quad (x,t) \in Q_T, \tag{1}$$

$$a_t(x,t) = \gamma(t)(u(x,t) - \psi(a(x,t))), \quad (x,t) \in Q_T, \tag{2}$$

$$u(0,t) = \mu(t), \quad 0 \le t \le T, \tag{3}$$

$$a(x,0) = 0, \quad 0 \le x \le l, \tag{4}$$

где $Q_T = \{(x,t) : \quad 0 \le x \le l, \quad 0 \le t \le T\}$.

Ставятся две обратные задачи.

Обратная задача 1. Пусть функции $\psi(s)$ и $\mu(t)$ заданы, а $\gamma(t)$ неизвестна. Требуется определить $\gamma(t)$ по дополнительной информации о решении задачи (1)-(4)

$$u(l,t;\gamma) = g(t), \quad 0 \le t \le T, \tag{5}$$

где $g(t)$ - заданная функция.

Обратная задача 2. Пусть функции $\psi(s)$ и $\mu(t)$ заданы, а $\gamma(t)$ неизвестна. Требуется определить $\gamma(t)$ по дополнительной информации о решении задачи (1)-(4)

$$u_x(l,t;\gamma) = h(t), \quad 0 \le t \le T, \tag{6}$$

где $h(t)$ - заданная функция.

Обратная задача 1, описанная в [1], сводится к нелинейному операторному уравнению для неизвестной функции $\gamma(t)$, а обратная задача 2 сводится к двум нелинейным операторным уравнениям для функции $\gamma(t)$. На основе этих уравнений строятся итерационные численные методы решения обратных задач и доказывается их сходимость к искомым решениям в малом. Проведенные вычислительные эксперименты иллюстрируют достаточно быструю сходимость итерационных методов на отрезке $0 \le t \le 1$.

Работа проводилась при частичной поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-284.

Список литературы

1. *Денисов А.М., Чжу Дунцинь.* Обратная задача для математической модели динамики сорбции с переменным кинетическим коэффициентом // Вестник МГУ сер.15, Вычислительная математика и кибернетика.2022. № 4. С 5-13.

1 Nov
4:00pm

Численное моделирование итерационного и функционально-аналитического восстановления рефракционно-поглощающего рассеивателя

Зорин Сергей Сергеевич, Шуруп А.С.

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики
zorin.ss19@physics.msu.ru

В докладе приводятся результаты численного исследования функционально-аналитического [1, 2] и итерационного [3] алгоритмов для решения двумерной задачи акустической томографии рефракционно-поглощающей неоднородности. В отличие от известных работ по моделированию рассматриваемого итерационного алгоритма [4], исследуется восстановление комплекснозначной функции рассеивателя, описывающей возмущение скорости звука и поглощение. Полученные результаты демонстрируют возможности итерационного алгоритма при восстановлении рефракционно-поглощающих рассеивателей средней силы и преимущества функционально-аналитического подхода при восстановлении сильных рассеивателей.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-27-00271.

Список литературы

1. R.G. Novikov, Rapidly converging approximation in inverse quantum scattering in dimension 2, Physics Letters A, 238 (1998), No. 2-3, 73–78.
2. R.G. Novikov, Approximate inverse quantum scattering at fixed energy in dimension 2, Proc. Steklov Inst. Math., 225 (1999), No. 2, 285–302.
3. R.G. Novikov, An iterative approach to non-overdetermined inverse scattering at fixed energy, Sbornik: Mathematics, 206 (2015), No. 1, 120–134.
4. A.S. Shurup, Numerical comparison of iterative and functional-analytical algorithms for inverse acoustic scattering, Eur. J. Math. Comput. Appl., 10 (2022), No. 1, 79-99.

---

2 Nov
12:30pm

Регуляризация решения задачи восстановления источника в диффузионно-логистической модели с запаздыванием

Звонарева Татьяна Александровна, Криворотько О.И.

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
t.a.zvonareva@math.nsc.ru

Исследована задача восстановления источника (обратная задача) в диффузионно-логистической модели с запаздыванием, описываемая процесс распространения информации в онлайн социальных сетях с запаздыванием. Модель характеризуется коэффициентами и начальным условием, отражающими специфику процесса.

Обратная задача определения начального условия в параболическом уравнении по дополнительной информации о процессе в фиксированные моменты времени [1] в общем случае является некорректной [2], а именно решение задачи определения источника по зашумленным данным неустойчиво.

Поставленные обратные задачи были сведены к задаче минимизации целевого функционала, которая решалась методом глобальной оптимизации тензорного поезда и его комбинацией с многоуровневым градиентным методом [3]. Применены методы регуляризация А. Н. Тихонова и гиперболической регуляризации для повышения устойчивости решения поставленных обратных задач.

Для синтетической социальной сети показано преимущество использования комбинированных алгоритмов регуляризации к решению задачи об источнике.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-71-10068).

Список литературы

1. *Krivorotko O., Zvonareva T., Zyatkov N.* Numerical solution of the inverse problem for diffusion-logistic model arising in online social networks // Commun. Comput. Info. Sci. 2021. Vol. 1476. P. 444–459.
2. *Kabanikhin S. I.* Definitions and examples of inverse and ill-posed problems // J. Inverse Ill-Posed Probl. 2008. Vol. 16, N. 4. P. 317–357.
3. *Звонарева Т. А., Кабанихин С. И., Криворотько О. И.* Численный алгоритм определения источника диффузионно-логистической модели по данным интегрального типа, основанный на тензорной оптимизации // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2023. Т. 63, № 9. С. 1513–1523.

Алгоритмы интерпретации радарограмм

1 Nov
9:00am

Искаков Казизат Такуадинович

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Казахстан
kazizat@mail.ru

Главной задачей интерпретации радарограмм является определение геофизического разреза среды. Для решения этой задачи используются алгоритмы на основе инженерно-технических методов, компьютерное и математическое моделирование.

Инженерно-технический метод – это метод интерпретации радарограммы, где сравнивают результаты эксперимента с уже известными типами радарограмм.

Существует другой метод интерпретации радарограмм, основанный на теории некорректных и обратных задач. Рассматривается математическая постановка задачи распространения электромагнитных волн, описываемых системой уравнений Максвелла. Рассмотрены оптимизационные методы решения обратных коэффициентных задач для уравнения геоэлектрики в волновой постановке, и в квазистационарном приближении с учетом влияния воздуха.

Приведены алгоритмы первичной обработки георадарных данных. Рассмотрены метод «подбора» для класса вычисленных физических полей, который определяет класс функций, описывающих отклик среды, алгоритмы с использованием нейронных сетей, некоторые генетические алгоритмы.

Разработаны алгоритмы снижения помех, скрывающих полезный сигнал.

Проведены экспериментальные исследования с различными современными георадарами. Созданы ПО для решения ряда задач по интерпретации радарограмм.

Работа поддержана в рамках грантового финансирования МНиВО РК 2023-2025 по проекту АР 19680361 «Разработка вычислительных технологий для диагностики дорожной одежды автомобильных трасс».

---

1 Nov
9:35am

Численное восстановление области залегания локальной геоплотностной неоднородности по наблюдениям гравитационного поля

Иванов Дьулус Харлампьевич

ЯО РНОМЦ Дальневосточный центр математических исследоавний, Якутск, Россия

djulus.ivanov@yandex.ru

Для решения обратной задачи гравиметрии разработан вычислительный алгоритм идентификации кусочно-постоянной правой части эллиптического уравнения по условиям переопределения. Гравитационное поле от ограниченной плотностной массы приближается решением краевой задачи для эллиптического уравнения с граничным условием третьего рода [1]. Для представления границы неизвестной области вводится вспомогательная достаточно гладкая функция [2]. Вычислительный алгоритм базируется на основе решения вспомогательной и основной эллиптической задачи, а также минимизации функционала невязки вычисленных и наблюденных данных. Эффективность предложенного метода показана на двухмерных и трехмерных модельных задачах.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ, соглашение от 16.02.2023 № 075-02-2023-947.

Список литературы

1. *Ivanov D.K., Vabishchevich P.N.* Numerical solution of a boundary value problem with effective boundary conditions for calculation of gravity // Mathematical notes of NEFU, 2021, 28(1), pp. 93–113.
2. *Ivanov D.K, Kolesov A.E., Vabishchevich P.N.* Numerical method for solving the piecewise constant source inverse problem of an elliptic equation from a partial boundary observation data // Journal of Physics: Conference Series, 2021, IOP Publishing, 2092(1), p. 012006.

Экспериментальное восстановление параметров мелководной акватории по данным с векторного приемника

1 Nov
3:00pm

Иванов Михаил Андреевич, Шуруп А.С.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
allmighty909@mail.ru

В докладе приводятся результаты решения обратной задачи восстановления характеристик волновода океанического типа – скорости и плотности приповерхностного слоя дна, глубины водоема. Отличительной особенностью рассматриваемого подхода является использование в качестве исходных данных рассеяния информации о пространственном затухании давления, вертикальных компонент колебательной скорости и потока акустической мощности. Эти данные измеряются с привлечением векторного приемника, позволяющего измерять ортогональные компоненты колебательной скорости. Приводятся результаты численного моделирования и обработки эксперимента, проведенного на гидроакустическом полигоне МГУ. Показаны возможности восстановления в рассматриваемой схеме скорости звука в газонасыщенном дне, где ее значения могут достигать всего лишь нескольких сот метров в секунду. Одновременно с параметрами среды распространения удается оценить глубину погружения источника и векторного приемника, которые в общем случае могут быть точно не известны. В качестве источника используется проходящее мимо судно, что упрощает проведение натурного эксперимента, так как не требуется использование специально позиционируемых низкочастотных излучателей.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-27-00271.

Единственность, устойчивость и регуляризация решений линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода на полуоси

30 Oct
12:40pm

Асанов А., Каденова З.А.

Институт математики НАН КР, Бишкек, Кыргызстан
avyt.asanov@mail.ru, kadenova71@mail.ru

Рассмотрим уравнение вида

$$a(t)u(t) + \int_{-\infty}^{t} K(t,s)u(s)ds = f(t), t \in (-\infty, T], \tag{1}$$

где $K(t,s), a(t), f(t)$ данные функции, $u(t)-$ искомая функция, $a(t)-$ непрерывная ограниченная функция на $(-\infty, T], a(t) \geq 0$ при всех $t \in (-\infty, T]$ и функция $a(t)$ обращаются в нуль хотя бы в одной точке $(-\infty, T]$, $K(t,s) \in L_2(G), G = \{(t,s) : -\infty < s \leq t \leq T\}$.

Основополагающие результаты для интегральных уравнений Фредгольма первого рода получены в [1], где для решения линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода построены регуляризирующие операторы по

М.М. Лаврентьеву. В [2-3] исследованы вопросы единственности, устойчивости, существования и регуяризации решений для интегральных уравнений Вольтерра первого рода. В [4] доказана теорема единственности и построены регуляризующие операторы для решений систем нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода. В работе [5] для линейных интегральных уравнений третьего рода с двумя независимыми переменными доказана теорема единственности и получена оценка устойчивости решений.

В данной работе, для решений линейных интегральных уравнений Вольтерра третьго рода на полуоси доказаны теоремы единственности, получена оценка устойчивости и построены регуляризующие операторы.Здесь методами исследования являются метод интегральных преобразований и методы функционального анализа.

Список литературы

1. *Лаврентьев М.М.* Об интегральных уравнениях первого рода // Доклады Академии наук СССР. 1959. Т. 127. 1. С. 31-33.
2. *Bukhgeim A.L.* Volterra Equations and Inverse Problems. Utrecht: VSP, 1999.
3. *Asanov A.* Regularization, Uniqueness and Existence of Solutions of Volterra Equations of the First Kind. Utrecht: VSP, 1998.
4. *Imanaliev, M. I., A. Asanov* Regularization and uniqueness of solutions to systems of nonlinear Volterra integral equations of the third kind // Doklady Mathematics. 2007. V.76, N 1. P. 490-493.
5. *Асанов А., Каденова З.А.* Единственность и устойчивость решений линейных интегральных уравнений третьего рода с двумя независимыми переменными // Вестник Ошского государственного университета. 2020. N 1-1. С. 95-103.

---

2 Nov
3:55pm

Влияние метода расчета "полярной карты"на оценку состояния сердца в эмиссионной томографии

Колинко Инна Павловна

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, i.kolinko@g.nsu.ru

В данном исследовании представлен метод оценки качества решения обратной задачи реконструкции математической модели торса человека по пуассоновским данным. Метод однофотонной эмиссионной томографии (**ОФЭКТ**) используется в качестве клинического стандарта обследования пациентов с сердечно-сосудистыми заболеваниями. Клинические методы исследований метода ОФЭКТ ограничены из-за лучевой нагрузки, поэтому во всем мире активно развивается *метод компьютерного имитационного моделирования*. При математическом моделировании процедуры ОФЭКТ решается обратная некорректная задача *реконструкции* модели органов грудной клетки, включая *сердце*. Важная часть исследований – оценка качества реконстукции и интерпретация полученной математической модели пациента. В ядерной кардиологии принято делать оценку состояния сердца на основе его полярной карты [1]. В лаборатории "моделирования в ядерной медицине" (НГУ) был разработан программный комплекс “Виртуальный ОФЭКТ”, который включает следующие блоки:

1. Модель виртуального пациента
2. Модель виртуального томографа
3. Программа реконструкции изображений
4. Программа “Полярная карта” (диагностика состояния сердца пациента).

В рамках исследований была развита собственная программная разработка “Полярная карта” для оценки результатов реконструкции. Программа позволила создать шаблон, с помощью которого можно количественно и полуколичественно сравнивать различные режимы и методы решения обратной задачи реконструкции. Программа была протестирована путем сравнения с реальными клиническими данными.

Работа выполнена при поддержке Математического Центра в Академгородке, соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации № 075-15-2022-281.

Список литературы

1. *Cerqueira et al.* Standardized myocardial segmentation and nomenclature for tomographic imaging of the heart: a statement for healthcare professionals from the cardiac imaging committee of the council on clinical cardiology of the american heart association. Circulation 105, 39–542.

Преподавание обратных задач как фактор фундаментализации прикладного математического образования

30 Oct 12:05pm

Корнилов, Виктор Семенович[1], Бидайбеков Е.Ы.[2]

[1]*Московский городской педагогический университет, Москва*
[2]*Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы*
kornilovvs@mgpu.ru, esen_bidaibekov@mail.ru

Методы и технологии исследования обратных задач широко используются в прикладных исследованиях и позволяют получать научную информацию об объектах или процессах и явлениях, происходящих не только в доступных исследователю местах, но и в труднодоступных местах, например, расположенных глубоко под землей или глубоко под водой.

Овладение теорией обратных задач предполагает систематическую подготовку таких будущих специалистов в высших учебных заведениях [1, 2, 3]. Здесь, конечно, мы имеем в виду, прежде всего, студентов, обучающихся прикладной математике.

При преподавании обратных задач важно не только обучать студентов математическим методам исследования прикладных задач, но и реализовывать педагогические технологии, позволяющие развить у них прикладную математическую культуру, наличие которой позволит им быть успешными исследователями-прикладниками.

В докладе обсуждаются некоторые такие педагогические технологии.

Список литературы

1. *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи: учебное пособие, Новосибирск: Издательство Сибирского отделения РАН, 2018. 508 с.
2. *Корнилов В.С.* Некоторые обратные задачи идентификации параметров математических моделей: учебное пособие. М.: МГПУ, 2005. 359 с.
3. *Романов В.Г.* Обратные задачи для дифференциальных уравнений: спецкурс для студентов НГУ. Новосибирск: НГУ, 1973. 252 с.

---

31 Oct
4:05pm

Оптимальное управление движением вязкого теплопроводного газа при помощи нейронных сетей

Кузнецов Кирилл Сергеевич, Амосова Е.В.

Дальневосточный Федеральный Университет,
Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток, Россия
kuznetsovks17@gmail.com

Рассматривается задача оптимального управления для системы уравнений газовой динамики в одномерном случае. В качестве управления выбирается скорость среды в начальный момент времени и на правом конце границы. Математическую модель, описывающую движение вязкого теплопроводного газа на интервале $(0, 1)$, вместе с граничными и начальными условиями можно описать следующей системой уравнений:

$$\rho\left[u_t + \mathrm{Sh}\, u u_x\right] = \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}} u_{xx} - \mathrm{Sh}\, k\ (\rho\theta)_x = 0, \quad \rho_t + \mathrm{Sh}\ (u\rho)_x = 0, \tag{1}$$

$$\rho\left[\theta_t + \mathrm{Sh}\, u\theta_x\right] = \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}}\theta_{xx} + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}}\frac{\pi}{k}\left(u_x\right)^2 - \mathrm{Sh}\,\pi\,\rho\theta u_x = 0, \tag{2}$$

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad \rho|_{t=0} = \rho_0(x), \quad \theta|_{t=0} = \theta_0(x), \tag{3}$$

$$u|_{x=0} = u_1(t), \quad \rho|_{x=0} = \rho_1(t), \quad \theta|_{x=0} = \theta_1(t), \quad u|_{x=1} = u_2(t), \quad \theta|_{x=1} = \theta_2(t), \tag{4}$$

где u, ρ, θ — неизвестные скорость, плотность и температура газа, $u_t = \partial u/\partial t$, $u_x = \partial u/\partial x$, $u_{xx} = \partial^2 u/\partial x^2$, u_0, ρ_0, θ_0, u_1, ρ_1, θ_1, u_2, θ_2 — заданные функции, Sh, Pe, Re, π, k — безразмерные коэффициенты.

Задача оптимального управления сводится к минимизации следующего функционала качества:

$$J(\mathbf{v}) = J_f(\mathbf{s}) + \alpha_1 \int_0^1 |u_{0x}|^2\, dx + \alpha_2 \int_0^1 |u_{2t}|^2\, dt, \tag{5}$$

где $\mathbf{s}=\{u, \rho, \theta\}$ — состояние системы (1)–(4), $\mathbf{v}=\{u_0, u_2\}$ — управление, $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$, $J_f(\mathbf{s})$ — полунепрерывный снизу функционал.

Корректность задачи оптимального управления (1)–(5) изучена в работе [1].

На основе нейросетевой аппроксимации неизвестных функций разработан алгоритм поиска приближенного решения экстремальной задачи (5) при различных целевых функционалах $J_f(\mathbf{s})$.

Работа выполнена в рамках госзадания ИПМ ДВО РАН (№ 075-01290-23-00) и при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (проект № 075-02-2023-946)

Список литературы

1. *Амосова Е.В* Оптимальное управление течением вязкого теплопроводного газа // Сибирский журнал индустриальной математики, 2007, том 10, номер 2, с. 5–22.

Применение метода Гершберга-Папулиса для обработки малоракурсных гильбертограмм

30 Oct
5:40pm

Лапиков Михаил Михайлович*, Золотухина О.С.**, Арбузов Э.В.***

**Новосибирский государственный технический университет*

**Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН*

***Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия*

mlapikov4@list.ru

Методы оптической томографии широко применяются в диагностике газо- и гидродинамических потоков, плазмы, явлений тепло- и массообмена и т.д. В работе [1]-[2] представлены результаты исследований газовых и реагирующих сред (пламён) методами гильберт-оптики в приближении осевой симметрии объекта визуализации. Гильберт-преобразование – это интегральная операция, выполняющая перераспределение энергии оптического сигнала в заданной полосе пространственных частот зондирующего поля. Физически процесс преобразования Гильберта в оптике сводится к изменению Фурье-спектра сигнала [3]. При этом минимизируются энергетические потери сигнала.

В данной работе были рассмотрены возможности восстановления пространственного распределения показателя преломления фазовых объектов по четырёхракурсным гильбертограммам методом Гершберга-Папулиса [4]-[5]. Проведено численное моделирование реконструкции показателя преломления для различных тестовых функций. Выполнены экспериментальные исследования гильберт-диагностики реагирующих сред на четырехракурсном томографическом комплексе в высокоскоростном режиме съемки (до 2000 кадров в секунду).

Работа первых двух авторов выполнена в рамках государственного задания ИТ СО РАН № 121031800217-8, третьего автора — в рамках государственного задания ИМ СО РАН № FWNF-2022-0009.

Список литературы

1. *Ю.Н. Дубнищев, В.А. Арбузов, Э.В. Арбузов, О.С. Золотухина, В.В. Лукашов.* Полихроматическая диагностика пламени с гильберт-верификацией визуализированной фазовой структуры // Научная визуализация. – 2021. – № 13 (4). – С. 1-8.
2. *V.A. Arbuzov, E.V. Arbuzov, Yu.N. Dubnishchev, O.S. Zolotukhina, V.V. Lukashov, A.V. Tupikin.* Hilbert-optic diagnostics of hydrogen-oxygen inverse diffusion flame // Energies. – 2022. – Vol. 15. – No. 24. – P. 9566.
3. *Арбузов В.А., Дубнищев Ю.Н.* Методы гильберт-оптики в измерительных технологиях // Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. 316 с.
4. *Pickalov V. V., Kazantsev D. I.* New iterative reconstruction methods for fan-beam tomography // Inverse Problems in Science and Engineering. 2018. 26, No. 2. Pp. 773–791.
5. *Maltseva S. V., Svetov I. E., Louis A. K.* An iterative algorithm for reconstructing a 2D vector field by its limited-angle ray transform // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. 1715. Pp. 012037.

---

30 Oct
2:30pm

Сеточные аппроксимации некоторых нелинейных уравнений с дробными производными по времени переменного порядка

Лапин Александр Васильевич, Янбарисов Р.М.

Сеченовский университет, Институт вычислительной математики имени Г. И. Марчука РАН, Москва, Россия
avlapine@mail.ru

Построены и исследованы сеточные аппроксимации краевых задач для нелинейных уравнений нескольких классов с дробной производной по времени переменного порядка, включая уравнения с производной, порядок которой зависит от исходнооо решения. Обоснованы разрешимость и устойчивость сеточных задач, получены оценки точности. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

О восстановлении начального условия в задаче Коши по известной производной

31 Oct
2:40pm

Сухарев Ю.И., Танана В.П., Марков Б.А.

Южно-Уральский университет, (Национальный исследовательский университет), Челябинск, Россия
smpx1969@mail.ru

Была рассмотрена задача о нахождении неизвестных функций $f(x)$ и $g(x)$ по известной производной по координате на конечном отрезке в задаче Коши для гиперболического уравнения:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, x \in (0;1), t \in (0;1), \\ u(0,t) = 0, t \in [0;1], \quad u(1,t) = 0, t \in [0;1], \quad \dfrac{\partial u(1,t)}{=} h(t), t \in [0;1], \\ u(x,0) = f(x), x \in [0;1], \quad \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial t} = g(x), x \in [0;1], \end{cases}$$

где известна функция $h(t) \in H^3[0;1]$, и требуется найти неизвестны функции $f(x) \in H_0^4[0;1]$, $g(x) \in H_0^3[0;1]$.

Решение обратной задачи корректно и находится достаточно просто: $f(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{a_n}{n} \sin(\pi n x)$, $g(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \sin(\pi n x)$, где a_n, b_n — соответствующие коэффициенты разложения функции $h(t)$ в ряд Фурье:

$$a_n = \frac{2}{T} \int\limits_0^T h(t) \cos\left(\frac{\pi n t}{T}\right), \quad b_n = \frac{2}{T} \int\limits_0^T \sin\left(\frac{\pi n t}{T}\right),$$

где T — период функции $h(t)$, $T \leq 1$.

Эта задача используется для восстановления картины электромеханических колебаний длинных полимерных молекул оксигидрата по измеренному электрическому току.

Список литературы

1. *Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В.* Лекции по математической физике. Серия: Классический университетский учебник М. Московский Университет 2004г. 416с.

30 Oct
5:00pm

Постановка, решение и исследование прямой задачи для волнового уравнения на конечном временном промежутке

Марков Борис Анатольевич, Танана В.П., Сухарев Ю.И.

Южно-уральский государственный университет (Национальный исследовательский университет), Челябинск, Россия
smpx1969@mail.ru

Дана задача Дирихле по времени колебаний линейного фрагмента коллоидного вещества на единичном временном отрезке:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in (0; pi), \quad t \in (0;1), \\ u(0,t) = 0, \quad t \in [0;1], \quad u(1,t) = 0, t \in [0;1]; \\ u(x,0) = f(x), \quad x \in [0;\pi], \quad u(x,T) = g(x), \quad x \in [0;\pi], \\ f(0) = f(\pi) = f''(0) = f''(\pi) = g(0) = g''(0) = g''(\pi) = g(\pi) = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где функции $f(x) \in H^{10}[0;1]$, $g(x) \in H^{10}[0;1]$, $T > 0$ — временной промежуток измерений, $u(x,t)$ – отклонение стержня линейного фрагмента от равновесного положения. Решением задачи (1) будем считать классическое решение, являющееся при этом единственным и устойчивым по начальным данным.

Сложность задачи (1) состоит в том, что её решение при определённых длинах временного промежутка не является единственным [1] или может вовсе не существовать (мы выбираем случай, соответствующий величине $\alpha = 1/\pi$ в обозначениях [1]).

Решение задачи (1) существует и является единственным при данных условиях. При этом она неэквивалентна задаче Коши по времени, так как для существования классического решения достаточно, чтобы $f(x) \in H^4[0;1]$, $h(x) \in H^3[0;1]$. Результаты же, приведённые в исходной постановке (она цитируется в [1], являются сомнительными.

Список литературы

1. *Иванов В.К., Васин В.В., Танана В.П.* Теория линейных некорректных задач и её приложения. // 1978, изд-во: Наука, город: Москва, стр. : 207 с.

Об определении тензора коэффициентов абсолютной проницаемости анизотропных коллекторов при использовании результатов прямого и обратного математического моделирования

31 Oct
4:25pm

Марков Сергей Игоревич[1,2], Иткина Н.Б.[2,3]

[1]*Институт нефтгеазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,*
[2]*Новосибирский государственный технический университет,*
[3]*ФИЦ ИВТ СО РАН, Новосибирск*
www.sim91@list.ru

Коэффициент абсолютной проницаемости характеризует пропускную способность среды при фильтрации гомогенного флюида, не взаимодействующего с ней, и определяется геометрией порового пространства. Осадочные породы обладают выраженной анизотропией структуры порового пространства, и их абсолютная проницаемость описывается симметричным тензором второго ранга. Идентификация группы симметрии фильтрационных свойств образцов горных пород - одна из важных задач в геофизических приложениях, связанных с гидродинамическими воздействиями на околоскважинную зону.

В данной работе рассматривается случай триклинной симметрии, для которой не известны все три направления главных осей тензора коэффициентов абсолютной проницаемости и определению подлежат шесть его компонент.

При использовании результатов неразрушающих методов визуализации на базе рентгеновской томографии кернов были построены дискретные геометрические модели образцов осадочных пород (песчаник). Проведены серии прямых гидродинамических расчётов флюидопотоков в рамках ньютоновской реологии с применением вычислительных схем неконформных методов конечных элементов.

Для определения компонент тензора коэффициентов абсолютной проницаемости поставлена обратная коэффициентная задача. Для её решения разработан алгоритм минимизации энергетической нормы отклонения скорости флюидопотока в гомогенизированной среде от рассчитанной скорости флюидопотока в гетерогенной среде в предположении линейной зависимости между расходом жидкости и градиентом давления. Приводится анализ производной Фреше целевого функционала, показаны допустимые уровни зашумления модели наблюдения и вариации неизвестных параметров.

При сравнении полученных результатов решения обратной коэффициентной задачи с опубликованными данными физических экспериментов обнаружено расхождение не более 9%.

Работа выполнена при поддержке РНФ, Проект 22-71-10037.

3 Nov
10:10am

Динамическая обратная задача для комплексных матриц Якоби

Михайлов Виктор Сергеевич, Михайлов А.С.

Санкт-Петербургское отделение Математического института имени В.А. Стеклова РАН, Россия

ftvsm78@gmail.com

Будет рассмотрена обратная динамическая задача для системы с диккретным временем с полубесконечной комплексной матрицей Якоби. Предложены два подхода к восстановлению коэффициентов матрицы по обратным динамическим данным, а также дан ответ не вопрос о характеризации данных обратной задачи.

---

2 Nov
4:15pm

Исследование статистических подходов к решению обратной некорректной задачи реконструкции изображений в ядерной медицине

Нестерова А.В.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

a.nesterova@g.nsu.ru

В настоящее время при обследовании пациентов методом однофотонной эмиссионной компьютерной томографии (ОФЭКТ) для реконструкции изображений используются статистические методы. Статистические алгоритмы учитывают пуассоновское распределение регистрируемых данных, а также эффекты, связанные с прохождением гамма-излучения в биологических тканях и через коллиматор и сцинтилляционный детектор гамма-камеры.

В данной работе представлен сравнительный анализ двух статистических подходов к решению обратной некорректной задачи реконструкции ОФЭКТ-изображений: стандартного алгоритма Ordered Subsets Expectation Maximization (OSEM) [1] и алгоритма, основанного на байесовском подходе Maximum a Posteriori (MAP) с заданием априорной плотности вероятности с помощью функционала энтропии (MAP-Entropy) [2]. Для изучения свойств алгоритмов было проведено компьютерное моделирование, имитирующее обследования головного мозга пациентов методом ОФЭКТ. Компьютерные симуляции выполнялись с использованием цифрового фантома головного мозга человека (фантома Хоффмана) в роли "виртуального пациента". Сырые проекционные данные генерировались с использованием статистического метода Неймана, имитируя сбор данных вращающейся вокруг пациента гамма-камеры. Реконструкция осуществлялась параллельно алгоритмами OSEM и MAP-Entropy. Условия имитационного эксперимента были приближены к клинической практике ОФЭКТ. Количественная точность алгоритмов оценивалась путем сравнения реконструированных изображений с точным изображением фантома по среднеквадратичной ошибке и по статистическому критерию хи-квадрат.

Результаты исследований показали, что алгоритм OSEM ведет себя неустойчиво в итерационном процессе, «шумовая» компонента решения и краевые артефакты возрастают с ростом числа итераций. Алгоритм MAP-Ent позволяет контролировать «шум» и краевые артефакты с помощью выбора подходящего параметра регуляризации.

Работа выполнена при поддержке Математического Центра в Академгородке, соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации № 075-15-2022-281.

Список литературы

1. *L. A. Shepp and Y. Vardi.* Maximum Likelihood Reconstruction for Emission Tomography // IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 1, no. 2, pp. 113-122, Oct. 1982, doi: 10.1109/TMI.1982.4307558.
2. *Skilling J., Bryan R. K.* Maximum entropy image reconstruction-general algorithm // Monthly notices of the royal astronomical society. – 1984. – Т. 211. – С. 111.

Обратная задача для нелинейной системы уравнений электродинамики

1 Nov
11:10am

Романов Владимир Гаврилович

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия
romanov@math.nsc.ru

Содержание доклада соответствует статьям [1] и [2].

В работе [1] для гиперболического уравнения второго порядка с нелинейным поглощением изучена обратная задача об определении коэффициента при нелинейности. Предполагается, что искомый коэффициент зависит от одной пространственной переменной x. Рассматривается процесс распространения волн на полупрямой $x > 0$ с заданной при $x = 0$ производной по переменной x. В качестве информации задается след решения прямой начально-краевой задачи на конечном отрезке оси $x = 0$. Найдены условия однозначной разрешимости прямой задачи. Для обратной задачи установлена теорема о локальном существовании решения задачи и найдена глобальная оценка устойчивости её решения.

В работе [2] изучена задача об определении двух коэффициентов в нелинейном волновом уравнении, которое содержит коэффициент поглощения и коэффициент при нелинейности. Задача заключается в определении этих коэффициентов как функций пространственной переменной $x \in R^3$. Изучена прямая задача для исходного уравнения с точечным источником. Найдена оценка устойчивости её решения. Обратная задача сведена к двум задачам. Одна из них - хорошо известная залача рентгеновской томографии, другая - проблема интегральной геометрии с заданной весовой функцией. Для последней проблемы найдена оценка усточивости её решения.

Работа [1] выполнена при частичной поддержке Математического Центра в Академгородке, соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации № 075-15-2022-281, работа [2] выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН (проект FWNF-2022-0009).

Список литературы

1. *Романов В.Г.* Обратная задача для волнового уравнения с нелинейным поглощением // Сибирский математический журнал, 2023, том 64, № 3, с. 635-652.
2. *Romanov V.G.* An inverse problem for a nonlinear wave equation with damping // . Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications, 2023, Vol. 11, No. 2, p. 99-115. DOI: 10.32523/2306-6172-2023-11-2-99-115

---

31 Oct
12:20pm

Нестандартные классы интегральных уравнений Вольтерра I рода: формулы обращения, численные методы

Солодуша Светлана Витальевна

Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, Иркутск, Россия
solodusha@isem.irk.ru

В работах автора (см., например, [1]) рассмотрена задача идентификации ядер Вольтерра для моделирования отклика $y(t)$ квадратичного отрезка интегро-степенного ряда (полинома) Вольтерра в случае скалярного входного сигнала $x(t)$ с помощью тестовых сигналов кусочно-линейного вида (имеющих фронт нарастания). Данная задача идентификации переходных характеристик возникает в рамках решения актуальной проблемы автоматического управления динамическими системами типа «вход – выход» [2].

В представленном докладе подход к построению квадратичного полинома Вольтерра развит на случай, когда входной сигнал $x(t)$ есть вектор-функция времени $t \in [0, T]$, состоящая из двух компонент $x(t) = (x_1(t), x_2(t))$. Основное внимание при этом уделено проблеме идентификации ядра Вольтерра, характеризирующего одновременное изменение компонет вектора $x(t)$. Выделен новый класс двумерных парных уравнений Вольтерра I рода с переменными нижним и верхним пределами интегрирования. Применение тестовых сигналов выбранного типа существенно отличает данный класс уравнений от рассмотренных ранее в [3]. В докладе обсуждается также специфика решения нелинейных систем интегральных уравнений Вольтерра I рода, возникающих в задаче идентификации входных сигналов динамической системы.

Исследование выполнено при поддержке гранта РНФ (проект № 22-21-00409, https://rscf.ru/project/22-21-00409/).

Список литературы

1. *Solodusha S.V.* On a System of Linear Volterra Integral Equations with Variable Integration Limits // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2023. Vol. 44. P. 1229–1235.
2. *Карелин А.Е., Майстренко А.В., Светлаков А.А., Харитонов С.А.* Синтез метода автоматического регулирования процессов, основанного на концепции обратных задач динамики // Омский научный вестник. 2017. № 4(154). С. 83–86.

3. *Солодуша С.В.* Квадратичные и кубичные полиномы Вольтерра: идентификация и приложение // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2018. Т. 14. Вып. 2. С. 131–144.

Коллокационно-вариационные методы для дифференциально-алгебраических уравнений с сингулярными точками

31 Oct 3:00pm

Соловарова Любовь Степановна, Булатов М.В.

Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН
soleilu@mail.ru, mvbul@icc.ru

Рассмотрим задачу

$$A(t)x^{'}(t) + B(t)x(t) = f(t),\ x(0) = a,\ t \in [0, 1], \qquad (1)$$

где $A(t)$, $B(t)$ – $(n \times n)$-матрицы, $f(t)$ и $x(t)$ заданная и искомая n-мерные вектор-функции, соответственно. Предполагается, что элементы $A(t)$, $B(t)$ и $f(t)$ достаточно гладкие, и $detA \equiv 0$. Такие задачи называются дифференциально-алгебраическими уравнениями (ДАУ). Предполагается, что исходные данные согласуются с правой частью. В работе [1] приведены достаточные условия существования решения рассматриваемых задач, а именно:

1. $rankA(t) = k = const\ \forall t \in [0, 1]$;
2. $det(\lambda A(t)+B(t)) = a_0(t)\lambda^k+a_1\lambda^{k-1}+...+a_k(t)$, функция $a_0(t) \neq 0\ \forall t \in [0, 1]$, где λ – скалярный параметр.

Если в отдельных точках отрезка интегрирования нарушено условие 1 или 2, то их называют сингулярными точками для дифференциальной или алгебраической части ДАУ (1).

Численные методы решения ДАУ с сингулярными точками предложены [2] и обоснованы [3] только для частных случаев и, кроме того, требуют весьма значительных вычислительных затрат.

В докладе предложены коллокационно-вариационные алгоритмы для рассматриваемых ДАУ. Данные подходы были ранее предложены для задач, не содержащих сингулярные точки[4].

Список литературы

1. *Чистяков В.Ф.* Алгебро-дифференциальные операторы с конечномерным ядром. Издательство: Наука, 1996.
2. *Чистяков В.Ф., Чистякова Е.В.* О подходах к численному решению линейных дифференциально-алгебраических уравнений с прямоугольными матрицами коэффициентов и особыми точками в области определения // Материалы ВВМШ (3 - 9 мая 2023 г.), с.434-436.

3. *Dick A., Koch O., Marz R., Weinmuller E.* Convergence of collocation schemes for boundary value problems in nonlinear index 1 DAEs with a singular point // Math. Comp., 82, 2013, pp. 893-918.
4. *Bulatov M.V., Solovarova L.S.* Collocation-variation difference schemes for differential-algebraic equations // Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2018, Vol. 41, №18, pp. 9048-9056.

---

31 Oct
4:45pm

Численное решение обратных задач дизайна устройств маскировки для 3D модели магнитостатики

Спивак Юлия Эдуардовна

Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток,
Дальневосточный федеральный университет, Владивосток
uliyaspivak@gmail.com

В настоящей работе решаются обратные задачи для трехмерной модели магнитостатики, возникающие при проектировании осесимметричных слоистых специальных функциональных устройств, с помощью оптимизационного метода в предположении, что исходная оболочка состоит из конечного числа одинаковой ширины сферических слоев, заполненных однородными изотропными либо анизотропными средами. В частности проектируются устройства экранирования и маскировки материальных тел относительно магнитостатического поля. Указанные задачи сводятся к решению соответствующих конечномерных экстремальных задач, роль управлений в которых играют материальные параметры – магнитные проницаемости каждого элементарного слоя, входящего в проектируемое устройство. Нахождение указанных параметров слоистой изотропной либо анизотропной среды выполняется, исходя из выполнения общих условий маскировки [1]. Для поиска указанных параметров в предыдущих работах [2, 3] был разработан эффективный численный алгоритм, основанный на методе глобальной оптимизации – методе роя частиц. Как и в 2D случае, в 3D случае изотропных оболочек полученные оптимальные решения обладают свойством релейности, согласно которому для любого числа слоев каждая компонента оптимального решения (кроме последней компоненты для задачи маскировки) принимает одно из двух значений, являющихся границами множества управлений. Это позволяет сделать важный вывод о том, что использование предложенного алгоритма для решения рассматриваемых обратных задач позволяет проектировать специальные устройства в виде многослойных сферических оболочек, обладающие наивысшей эффективностью в рассматриваемом классе устройств и одновременно простотой технической реализации.

Исследование выполнено при поддержке РНФ проект N 22-21-00271.

Список литературы

1. *Алексеев Г.В., Левин В.А., Терешко Д.А.* Анализ и оптимизация в задачах дизайна устройств невидимости материальных тел. М.: Физматлит. 2021.

2. *Alekseev G.V., Tereshko D.A.* Particle swarm optimization-based algorithms for solving inverse problems of designing thermal cloaking and shielding devices // Int. J. Heat Mass Transf. 2019, V. 135, P. 1269–1277.
3. *Алексеев Г.В., Спивак Ю.Э.* Численный анализ двумерных задач магнитной маскировки на основе оптимизационного метода // Дифф. уравнения, 2020, Т. 56(9), С. 1252–1262.

Решение прямых и обратных краевых задач для кусочно-однородной среды на физически информированных сетях радиальных базисных функций

3 Nov
2:00pm

Горбаченко В.И., Стенькин Дмитрий Александрович

Пензенский государственный университет, Пенза, Россия
stynukin@mail.ru

Многие краевые задачи рассматриваются в постановке для кусочно-однородных сред: задачи моделирования нефтяных месторождений [1], теплопроводности [2], моделирования подземных вод [3]. В таких задачах свойства среды являются постоянными в некоторых областях, а на границах сред выполняются условия сопряжения, как правило, условия идеального сопряжения: равенство решений и потоков на границе раздела сред. Равенство потоков означает разрыв производной решения на границе раздела сред. Для решения таких задач предлагается использовать сети радиальных базисных функций (СРБФ), обучаемые адаптированным для обучения СРБФ алгоритмом Левенберга Марквардта. СРБФ реализуют бессеточный метод решения, который не позволяет реализовать разрыв производной решения на границах раздела сред. Кроме того, радиальные базисные функции с неограниченной областью определения влияют на решение во всех областях среды. В [4] авторами предложен подход, в котором на отдельных СРБФ решаются задачи для областей с разными свойствами, а условия сопряжения учитываются в функции потерь. Обратные краевые задачи для кусочно-однородных сред в бессеточной постановке ранее не решались. Для решения обратной задачи в бессеточной постановке предположим, что свойства среды приближенно описываются непрерывной дифференцируемой функцией, аппроксимируемой СРБФ. Решение прямой задачи, в которой свойства среды аппроксимируются сетью, находится второй СРБФ. Решение задачи сводится к поочередной настройке параметров двух указанных сетей с использованием функции потерь, включающей сумму квадратов невязок решения в пробных точках внутри и на границе области решения, а также в точках с известным решением. В качестве регуляризатора использован метод итерационной регуляризации (условие Морозова). Решение модельной задачи показало возможность приближенного определения положения границы раздела сред и достаточно точного восстановления значений функции среды в разных областях.

Список литературы

1. Islam M.R., Abou-Kassem J.H., Farouq-Ali S.M. Petroleum Reservoir Simulation: The Engineering Approach. Houston: Gulf Professional Publishing. 2020. 526 p.

2. Carslaw H.S. Introduction to the Mathematical Theory of the Conduction of Heat in Solids. Blacweel: Franklin Classic. 2018. 286 p.
3. Anderson M.P., Woessner W.W., Hunt R.J. Applied Groundwater Modeling: Simulation of Flow and Advective Transport. Cambridge: Academic Press. 2015. 564 p.
4. Stenkin D.A., Gorbachenko V.I. 2021. Solving Equations Describing Processes in a Piecewise Homogeneous Medium on Radial Basis Functions Networks. Kryzhanovsky, B., Dunin-Barkowski, W., Redko, V., Tiumentsev, Y. (eds) Advances in Neural Computation, Machine Learning, and Cognitive Research IV. NEUROINFORMATICS 2020. Studies in Computational Intelligence. Cham: Springer.2021. 412–419. doi: 0.1007/978-3-030-60577-3$_4$9.

---

30 Oct
11:30am

О единственности решения обратной граничной задачи для уравнения теплопроводности на конечном временном промежутке

Танана Виталий Павлович

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск
tananavp@susu.ru

Пусть тепловой процесс описывается системой

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \le t_0, \tag{1}$$

$$u(x,0) = 0, \quad 0 \le x \le 1, \tag{2}$$

$$u(0,t) = 0, \quad 0 \le t \le t_0, \tag{3}$$

$$u(1,t) = q(t), \quad 0 \le t \le t_0, \tag{4}$$

где

$$q(t) \in C^2[0,t_0], \ q(0) = q'(0) = q'(t_0) = q''(t_0) = 0. \tag{5}$$

Предположим, что в системе $AS001$–$AS004$ функция $q_1(t)$ неизвестна, а вместо нее даны две функции $f(x)$ и $g_1(t)$ такие, что

$$f(x) = u(x,t_0), \quad 0 \le x \le 1, \tag{6}$$

$$g(t) = \frac{\partial u(0,t)}{\partial x}, \quad 0 \le t \le t_0. \tag{7}$$

Предполагая, что существует функция $q(t)$, удовлетворяющая условию $AS005$, при подстановке которой в систему $AS001$–$AS004$, полученное решение $u(x,t)$ удовлетворяет равенствам $AS034$ и $AS035$. Требуется доказать единственность функции $q(t)$.

Для доказательства единственности решения обратной граничной задачи теплопроводности на конечном временном промежутке использовано расширение исходной задачи на бесконечный временной промежуток. После чего, к новой задаче применено преобразование Фурье по времени. Используя это преобразование искомая задача сведена к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которая решена в явном виде. Доказана теорема единственности для обратной граничной задачи в Фурье образах.

Восстановление спектров нейтронов по показаниям многошарового спектрометра Боннера методом разложения спектра по полиномам Лежандра с применением регуляризации Тихонова

30 Oct
5:20pm

Чижов Константин Алексеевич, Чижов А.В.

Лаборатория радиационной биологии, Объединённый институт ядерных исследований, Дубна, Россия
kchizhov@jinr.ru

Для восстановления спектра нейтронов в широком диапазоне энергий от 10^{-8} до 10^{3} МэВ по показаниям многошарового спектрометра Боннера необходимо решить интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода. В работе представлен метод решения данного уравнения, основанный на разложении спектра нейтронов по смещённым полиномам Лежандра с применением регуляризации Тихонова. В качестве примера анализируется задача восстановления спектров нейтронов для "мягкого"и "жёсткого"опорных полей на фазотроне ОИЯИ. Предложенный метод актуален для целей обеспечения радиационной безопасности персонала за защитными экранами на ускорителях и реакторах.

Математическое моделирование и обработка данных наблюдений планктонного сообщества озера Байкал

1 Nov
4:20pm

Шапаренко Владислав Сергеевич, Шишленин М.А.

РФЯЦ-ВНИИЭФ, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирс, Россия
shaparenko.vladislav@mail.ru

Данная работа посвящена исследованию временных рядов долголетних наблюдений за плотностью планктонного сообщества озера Байкал. Целью работы является прогнозирование объема планктонного сообщества в будущем с помощью обработки данных временных рядов на основе экспоненциального сглаживания и модели ARMA (и ее более продвинутые версии, ARIMA и SARIMAX), а также технологий машинного обучения. Выявление взаимосвязи между разными видами планктона и построение пищевых взаимоотношений между разными видами планктонного сообщества оз. Байкал. Кроме того, исследование временных рядов на основе теории хаоса и изучение математической модели пелагического сообщества экосистемы озера Байкал.

В результате проведенного исследования спрогнозирован объем планктонного сообщества на 24 и 53 недели вперед для двух рассматриваемых видов планктона и выявлена модель, дающая минимальную ошибку при прогнозировании для каждого рассматриваемого вида планктона. Были выявлены корреляционные отношения между разными видами планктона и построены пищевые взаимоотношения между разными видами планктонного сообщества оз.

Байкала. Проведено исследование временных рядов планктонного сообщества на основе теории хаоса и рассмотрена математическая модель пелагического сообщества экосистемы озера Байкал.

Большая часть полученных результатов вполне укладывается в классические представления об организации экосистемы пелагиали Байкала. Можно считать, что использованный метод исследования вполне работоспособен и может не только подтверждать уже существующие представления, но и выявлять новые, ранее не отмечаемые факты.

Список литературы

1. *Weiss R. F., Carmack E. C. C., Koropalov V. M* «Deep water renewal and biological production in Lake Baikal» // Nature. 1991. — T. 349. — Ne. 6311. — C. 665-669.
2. *Michael T. Rosenstein', James J. Collins and Carlo J. De Luca.* A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets» // NeuroMuscular Research Center and Department of Biomedical Engineering, Boston University. 1992. T.3. C. 129-145.
3. *7. Lutz Becks, Frank M. Hilker, Horst Malchow, Klaus Jürgens Hartmut Arndt.* «Experimental demonstration of chaos in a microbial food web» // Nature. 2005. pp.1226–1229.
4. *llkka Hanskl, Peter Turchlnt, Erkkl Korplmiklt Helkkl Henttonen.* . «Population oscillations of boreal rodents: regulation by mustelid predators leads to chaos» // Nature. 1993. pp.232–235.
5. *Alan Wolf, Jack Swift, Harry L. Swinney, John Vastano.* «Determining Lyapunov exponents from a time» series // Physica D: Nonlinear Phenomena. 1985. 16 (3), pp.285–317.
6. *О.А. Тимошкин, Г.Ф. Мазепова, Н.Г. Мельник и др.* «Атлас и определитель пелагобионтов Байкала (с краткими очерками по их экологии)» // Новосибирск: Наука. 1995. 695 с.
7. *16. Зоркальцев В.И., Мокрый И.В., Казазаева А.В.* «Моделирование пелагического сообщества экосистемы озера байкал» // ЖВТ. 2011. №1.