

Optimization algorithm for seismic location of underground objects

Оптимизационный алгоритм сейсмической локализации подземных объектов

Пинигина Д. Л., студент НГТУ, кафедра ВТ

Якименко А. А., заведующий кафедрой ВТ, к.т.н.,
доцент, м.н.с. ИВМиМГ

Проблемы решения обратных задач геофизики

- ✓ Процесс перехода от модели среды к волновому полю называют *решением прямой задачи геофизики*.
- ✓ Переход от значения поля к параметрам модели среды считается *решением обратной задачи геофизики*.

Основные проблемы, возникающие при решении обратных задач геофизики:

- 1) параметризация модели;
- 2) сопоставление наблюдений с теоретически рассчитанными характеристиками поля для данной модели;
- 3) выбор критерия, которому будет подчиняться решение при бесчисленном множестве решений задачи;
- 4) сужение области решения в случае неустойчивости решения обратной задачи.

Цель работы: исследование применения алгоритма локализации сейсмических событий для локализации объектов геолого-физической модели среды.

Алгоритм локализации точечных объектов геолого-физической модели среды*

По разности прихода S- и P-волн на каждый регистратор:

$$Ts_i - Tp_i = L_i \cdot (1/Vs - 1/Vp); \quad L_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + z^2}; \quad (1)$$

где Ts_i и Tp_i — времена вступления S- и P-волн на i -й регистратор, $i=1,2,\dots,n$ — индекс соответствующего регистратора, L_i — расстояние до объекта, Vs и Vp — скорости распространения S- и P-волн, соответственно; x_i — координаты i -го регистратора, x, z — координаты объекта в декартовой системе координат, ось x направлена вдоль поверхности земли, а ось z — вниз к центру земли.

* Ковалевский В. В. Локализация сейсмических событий в Приэльбрусье подземной сейсмической группой / В. В. Ковалевский [и др.] // Стендовый доклад на VIII Международной конференции «Мониторинг ядерных испытаний и их последствий», 04 – 08 августа 2014 г., г. Курчатов, Восточно-Казахстанская область, Республика Казахстан.

2. Косьянов А. Н. Методология решения обратных задач геофизики / А. Н. Косьянов, В. А. Сосов // Молодой ученый. — 2012. — Т.1, №1. — С. 77-79.

Алгоритм локализации точечных объектов геолого-физической модели среды

По разности прихода Р-волн на два соседних регистратора:

$$Tp_{i+1} - Tp_i = \frac{1}{Vp} \cdot Lp_{i+1} - \frac{1}{Vp} \cdot Lp_i, \quad (2)$$

где Tp_{i+1} и Tp_i — времена вступления Р-волн на два соседних регистратора, $i=1,2,\dots,n$ — индекс соответствующего регистратора, Lp_{i+1} и Lp_i — расстояние до объекта от двух соседних регистраторов.

В обоих подходах искомыми величинами являются координаты объекта x и z . В первом случае можно решить систему уравнений, если известны Vs и Vp :

$$\bar{x} = \frac{\left(\frac{1}{Vs} - \frac{1}{Vp}\right)^{-2} \cdot \left[(Ts_i - Tp_i)^2 - (Ts_{i+1} - Tp_{i+1})^2 \right] - x_i^2 + x_{i+1}^2}{2 \cdot (x_{i+1} - x_i)}; \quad (3.a)$$

$$\bar{z} = \sqrt{\left(\frac{1}{Vs} - \frac{1}{Vp}\right)^{-2} \cdot (Ts_i - Tp_i)^2 - x_i^2 + 2x_ix - x^2}. \quad (3.b)$$

Алгоритм локализации точечных объектов геолого-физической модели среды

Пусть задано m функций-невязок $r = (r_1, \dots, r_m)$ от n неизвестных переменных (параметров) $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n)$. $f(x_i, \beta_j)$ — совокупность функций от этого набора переменных; y_i — некоторые значения, к которым максимально близки соответствующие значения функций $f(x_i, \beta_j)$.

Тогда метод наименьших квадратов можно выразить следующим образом:

$$F = \sum_i r_i^2(\beta_j) = \sum_i (y_i - f(x_i, \beta_j))^2 \rightarrow \min_{\beta}. \quad (4)$$

Алгоритм локализации точечных объектов геолого-физической модели среды

Метод Гаусса-Ньютона. Для подхода, основанного на разности прихода *S*- и *P*-волн, целевая функция будет иметь следующий вид:

$$F_1 = \sum_i \left[(Ts_i^* - Tp_i^*) - (Ts_i - Tp_i) \right]^2, \quad (5)$$

здесь $y_i = Ts_i^* - Tp_i^*$, $f(x_i, \beta_j) = Ts_i - Tp_i = \left(\frac{1}{V_s} - \frac{1}{V_p} \right) \cdot \sqrt{(x_i - x)^2 + z^2}$.

Начав с некоторого начального приближения $\beta^{(0)}$, метод осуществляет итерации:

$$\beta^{(k+1)} = \beta^{(k)} - (J_r^T J_r)^{-1} J_r^T r_i(\beta^{(k)}), \quad (6)$$

где J_r — матрица Якоби, элементы которой выражаются так:

$$(J_r)_{ij} = \frac{\partial r_i(\beta^{(k)})}{\partial \beta_j}. \quad (7)$$

Алгоритм локализации точечных объектов геолого-физической модели среды

Для подхода, основанного на разности прихода P -волн на два соседних регистратора, получаем следующую целевую функцию:

$$F_2 = \sum_i \left[(T_{p_{i+1}}^* - T_{p_i}^*) - (T_{p_{i+1}} - T_{p_i}) \right]^2, \quad (8)$$

здесь $y_i = |T_{p_{i+1}}^* - T_{p_i}^*|$,

$$f(x_i, \beta_j) = |T_{p_{i+1}} - T_{p_i}| = \left| \frac{1}{V_p} \cdot \sqrt{(x_{i+1} - x)^2 + z^2} - \frac{1}{V_p} \cdot \sqrt{(x_i - x)^2 + z^2} \right|.$$

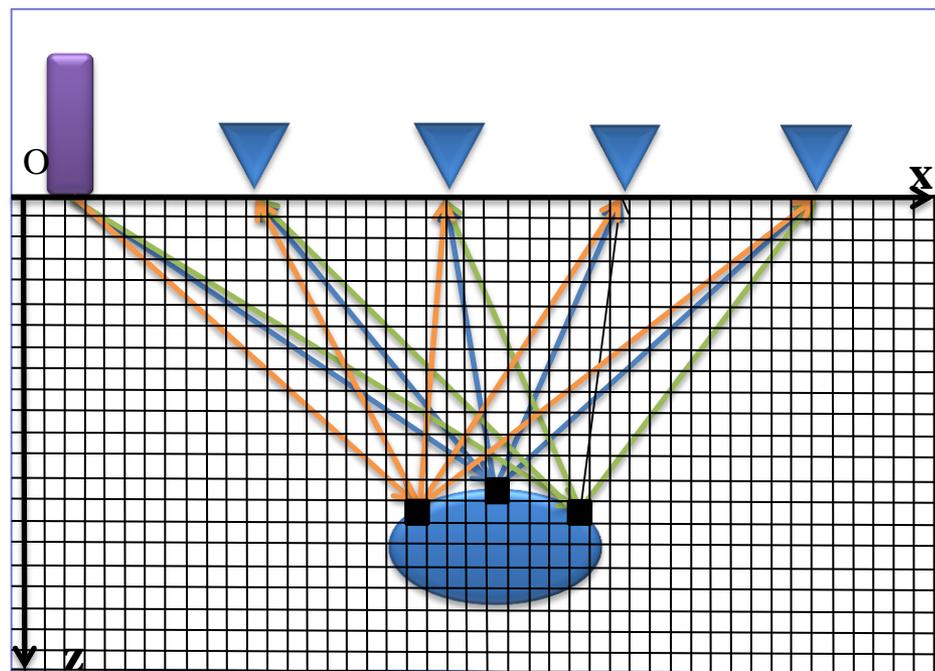
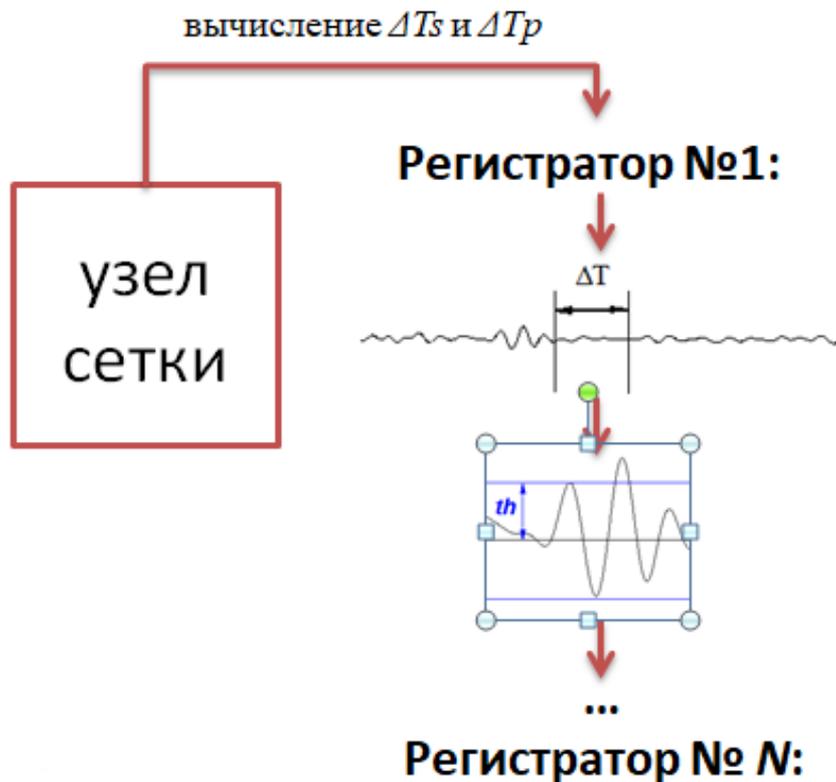
Метод Левенберга-Марквардта. К недостаткам вычислительной схемы метода Гаусса-Ньютона можно отнести факт плохой обусловленности матрицы $(J_r^T J_r)^{-1}$.

Итерационный процесс в методе Левенберга-Марквардта:

$$\beta^{(k+1)} = \beta^{(k)} + (J_r^T J_r + \mu I)^{-1} \cdot (-J_r^T r_i(\beta^{(k)})), \quad (2.10)$$

где μ — параметр регуляризации, I — единичная матрица порядка матрицы $J_r^T J_r$.

Переход от алгоритма локализации точечных объектов к алгоритму локализации объектов определенной формы



Результаты тестирования на модельных точечных объектах

$$V_s = 1,4 \text{ км/с}, V_p = 2 \text{ км/с}.$$

Результаты для подхода, основанного на разнице прихода S- и P-волн на один регистратор

Реальное положение объекта: x^* [км]; z^* [км]	Вычисленное положение объекта: $x \pm \Delta x$ [км]; $z \pm \Delta z$ [км]	Значение минимума целевой функции, $\sum_i r_i^2(\beta_j)$ [с ²]
0,5; 1,0	$0,5 \pm 0,002$; $1 \pm 0,000$	$1,531 \cdot 10^{-6}$
0,5; 10	$0,5 \pm 0,01$; $10,0 \pm 0,001$	$2,581 \cdot 10^{-6}$
2,0; 1,0	$2,0 \pm 0,0$; $1,0 \pm 0,001$	$2,394 \cdot 10^{-6}$
2,0; 10,0	$2,0 \pm 0,0$; $10,0 \pm 0,002$	$2,615 \cdot 10^{-6}$
3,0; 1,0	$3,0 \pm 0,001$; $1,0 \pm 0,001$	$1,725 \cdot 10^{-6}$
3,0; 10,0	$3,0 \pm 0,003$; $10,0 \pm 0,0$	$1,245 \cdot 10^{-6}$

Результаты тестирования на модельных точечных объектах

$$V_s = 1,4 \text{ км/с}, V_p = 2 \text{ км/с}.$$

Результаты для подхода, основанного на разнице прихода Р-волн на два соседних регистратора

Реальное положение объекта: x^* [км]; z^* [км]	Вычисленное положение объекта: $x \pm \Delta x$ [км]; $z \pm \Delta z$ [км]	Значение минимума целевой функции, $\sum_i r_i^2(\beta_j)$ [с ²]
0,5; 1,0	0,5±0,0; 1±0,0	3,751·10 ⁻⁶
0,5; 10	0,5±0,013; 10,0±0,015	6,223·10 ⁻⁶
2,0; 1,0	2,0±0,001; 1,0±0,001	4,947·10 ⁻⁶
2,0; 10,0	2,0±0,008; 10,0±0,145	1,306·10 ⁻⁶
3,0; 1,0	3,0±0,273; 1,0±0,003	6,917·10 ⁻³
3,0; 10,0	метод не сходится	—

Результаты тестирования на модельных точечных объектах

Реальное положение объекта: $x^*=2,0$ км; $z^*=1,0$ км			
Начальное приближение: $x^{(0)}=2,2$ км, $z^{(0)}=1,2$ км, $V_s^{(0)}=1,47$ км/с, $V_p^{(0)}=2,1$ км/с			
<i>Метод Гаусса-Ньютона</i>		<i>Метод Левенберга-Марквардта</i>	
Вычисленное положение объекта: $x \pm \Delta x$ [км]; $z \pm \Delta z$ [км]	Значение минимума целевой функции, F [с ²]	Вычисленное положение объекта: $x \pm \Delta x$ [км]; $z \pm \Delta z$ [км]	Значение минимума целевой функции, F [с ²]
<i>Для подхода, основанного на разнице прихода S- и P-волн на один регистратор</i>			
метод не сходится	—	$2,0 \pm 0,072$; $1,0 \pm 0,072$; $1,4 \pm 0,058$; $2,0 \pm 0,028$	0,016
<i>Для подхода, основанного на разнице прихода P-волн на два соседних регистратора</i>			
$2,0 \pm 0,222$; $1,0 \pm 0,115$; — $2,0 \pm 0,326$	$7,213 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \pm 0,034$; $1,0 \pm 0,034$; — $2,0 \pm 0,134$	$1,243 \cdot 10^{-3}$

Заключение

1. Предложен подход к локализации объектов геолого-физической модели среды на основе алгоритма локализации сейсмических событий, рассмотрены особенности применения этого алгоритма для данной задачи.
2. Разработан и протестирован алгоритм локализации точечных объектов геолого-физической модели среды. Приведен сравнительный анализ применяемых численных методов к данному алгоритму. Вычислительные эксперименты показали, что точность алгоритма одинакова при применении обоих методов при известных значениях скоростей упругих волн, а при неизвестных их значениях предпочтительнее использовать метод Левенберга-Марквардта.
3. В дальнейшем предполагается разработка и тестирование алгоритма локализации объектов определенной формы.