

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ РАЗВИТИЯ ТЕРМИЧЕСКОГО БАРА В ОЗЕРЕ БАЙКАЛ В ПЕРИОД ВЕСЕННЕ-ЛЕТНЕГО ПРОГРЕВАНИЯ

А.В. Старченко¹, Б.О. Цыденов¹

¹Томский государственный университет, Томск

NUMERICAL INVESTIGATION OF THE THERMAL BAR DYNAMICS IN LAKE BAIKAL IN A SPRING-SUMMER WARMING PERIOD

A.V. Starchenko¹, B.O. Tsydenov¹

¹Tomsk State University, Tomsk

The developed mathematical model and numerical algorithm make it possible to reproduce a process of the thermal bar dynamics. The results presented here show the process of appearance of circulation flow off shore and its movement towards the central part of the lake with time.

Введение

Развитие научно-технического прогресса ставит перед человечеством всё новые проблемы. Одной из них является проблема «чистой воды». По оценкам ученых через несколько десятилетий чистая пресная вода станет важнейшим ресурсом, поскольку она незаменима в отличие от других природных богатств Земли. Озеро Байкал является самым крупным хранилищем пресной воды на планете (около 20 % мировых запасов). *Термобаром* называется узкая зона в глубоком озере умеренных широт, в которой происходит погружение имеющей наибольшую плотность воды от поверхности до дна. Он разделяет водоем на две термические зоны: теплоактивную и теплоинертную с разными видами вертикальной стратификации температуры. Термобар влияет на экосистемы крупных озёр, так как он разделяет две зоны с разными характеристиками воды, что определяет пространственные различия планктонных сообществ.

Для сохранения уникальности Байкала и его экосистемы необходимо понимание всех физических механизмов, участвующих в процессах водообмена и формировании качества его вод. С одной стороны, важность изучения этого явления заключается в том, что интенсивные нисходящие течения, возникающие за счет эффекта термобара, могут способствовать распространению загрязнения с поверхности озера до очень больших глубин. С другой стороны, установлено, что придонные воды Байкала «моложе» и богаче кислородом, чем воды основного глубинного ядра. Всё это вызывает интерес к исследованию термобара.

Математическая модель

Натурные исследования показывают, что при образовании и развитии термобара основные изменения происходят в направлении, перпендикулярном фронту, то есть от берега к центру озера. При этом характеристики в направлении, параллельном берегу, достаточно однородны. На этом основании полагают, что модель, в которой исключены все градиенты в направлении, параллельном берегу, должна качественно и правильно описывать физический процесс, а явление термического бара считают *квазидвухмерным* [1]. Модель, представленная в данной работе, также использует гипотезу о квазидвухмерности, при этом учитывается влияние силы Кориолиса, связанной с вращением Земли. Рассматривается взятый из работы [2] прибрежный профиль озера, соответствующий реальным условиям южного бассейна озера Байкал. Протяженность расчетной области ($Lx = 10$ км) намного больше глубины, а глубина ($H = 900$ м) примерно соответствует средним глубинам южного бассейна Байкала [3]. В качестве уравнения состояния используется уравнение, связывающее плотность воды с температурой. На свободной поверхности ставятся граничные условия с учетом воздействия ветра и задается переменный поток тепла. На дне, помимо условия непроницаемости, задается связь касательных напряжений с придонной скоростью

(квадратичный закон трения), а также условие отсутствия теплообмена с дном. Начальные условия соответствуют состоянию покоя и заданным полям температуры (температура однородна по горизонтали, но переменна по вертикали), взятым на основе натуральных наблюдений на озере Байкал в мае месяце [2].

Математическая постановка задачи основана на негидростатической модели в приближении Буссинеска для конвективного течения:

а) уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0;$$

б) уравнения движения [4]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) + f \cdot v;$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) - f \cdot u;$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial w^2}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) - g \cdot \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0};$$

в) k – ω модель турбулентности [5]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial uk}{\partial x} + \frac{\partial wk}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(v_T^\omega \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_T^\omega \frac{\partial k}{\partial z} \right) + P + B - \varepsilon; \quad \varepsilon = (c_\mu^0)^4 f_{c_\mu} k \omega; \quad \varepsilon = (c_\mu^0)^4 f_{c_\mu} k \omega;$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial u\omega}{\partial x} + \frac{\partial w\omega}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(v_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_\omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) + \frac{\omega}{k} \left(c_{\omega 1} P + c_{\omega 3} B - \frac{c_{\omega 2}}{f_{c_\mu}} \varepsilon \right);$$

$$v_T = c_\mu^\omega \frac{k}{\omega}; \quad v_k^\omega = \frac{v_T}{\sigma_k}; \quad v_\omega = \frac{v_T}{\sigma_\omega};$$

г) уравнение энергии:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial wT}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho_0 c_p} \frac{\partial H_{sol}}{\partial z};$$

где $\tilde{p} = p + gy\rho_0; \quad \rho = \rho_0 \left(1 - \gamma(T - T_m)^2 \right),$

$$\gamma = 8.572628 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-2}, \quad \rho_0 = 998.2 \text{ кг/м}^3,$$

f – параметр Кориолиса;

ν, ν_T – молекулярная и турбулентная кинематическая вязкость соответственно;

u, v – горизонтальные компоненты скорости,

w – вертикальная компонента скорости;

k, ε – кинематическая энергия турбулентности и скорость её дистанции;

ω – частота турбулентных пульсаций;

T – температура,

$T_m \approx 4^\circ \text{C}$ – температура максимальной плотности (ТМП),

p – давление,

g – ускорение свободного падения;

$$K_x = K_z = (\nu + \nu_T); \quad D_x = D_z = \left(\frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_T}{Pr_T} \right) - \text{коэффициенты диффузии.}$$

Коротковолновая солнечная радиация, проникающая в воду, рассчитывается по формуле $H_{sol} = H_0(1 - r_s) \exp(-\varepsilon_{abs}z)$, здесь H_0 – измеренный поток солнечной радиации над озером, Вт/м^2 ; $r_s \approx 0.2$ – коэффициент отражения; $\varepsilon_{abs} \approx 0.2 \text{ м}^{-1}$ – коэффициент поглощения. Значение констант, использованных в k – ω модели турбулентности, приведены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры $k-\omega$ модели турбулентности

Модельная константа	$c_{\omega 1}$	$c_{\omega 2}$	$c_{\omega 3}$	σ_k^ω	σ_ω	$(c_\mu^0)^2$
Значение	0.52	0.8	$c_{\omega 2}$	2	2	0.3

Начальные условия задаются в виде:

$$t=0: u=v=0; w=0; T=T_0(z); k=0; \omega=0.$$

Граничные условия имеют вид:

а) на поверхности, $z=H$:

$$1) \left(\frac{v}{Pr} + \frac{v_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{H_{geo}}{\rho_0 c_p}; H_{net} = H_{lw} + H_L + H_S; H_{lw} = (1-r_A) E_A \sigma T_A^4 - E_W \sigma T^4;$$

$r_A \approx 0.03$ – коэффициент отражения падающего излучения от поверхности воды,

E_A – коэффициент излучения атмосферы, σ – коэффициент Стефана–Больцмана,

T_A – температура воздуха, $E_W \approx 0.97$ – коэффициент излучения воды,

$H_L = B f_u (T_A - T)$; $B = 0.61$; f_u – коэффициент теплоотдачи,

$H_S = f_u (e_A - e_w)$; e_A – давление водяного пара в атмосфере, e_w – давление насыщения водяного пара.

$$2) (v + v_T) \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\tau_{surf}^u}{\rho_0}; (v + v_T) \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\tau_{surf}^v}{\rho_0}; w=0; \tau_{surf}^u = c_{10} \rho_{air} (v_{10}^2 + u_{10}^2)^{\frac{1}{2}} u_{10};$$

$$\tau_{surf}^v = c_{10} \rho_{air} (v_{10}^2 + u_{10}^2)^{\frac{1}{2}} v_{10}; c_{10} = 1.3 \times 10^{-3};$$

u_{10}^2, v_{10}^2 – скорость ветра в атмосфере, измеренная на высоте 10 м,

ρ_{air} – плотность воздуха у поверхности воды.

$$3) \frac{\partial k}{\partial z} = 0; \omega = \frac{\sqrt{k}}{c_\mu^0 \kappa (z + z_0)}; z_0 = 0.5 \text{ – высота шероховатости};$$

б) на дне:

$$1) \left(\frac{v}{Pr} + \frac{v_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{H_{geo}}{\rho_0 c_p}; H_{geo} = 0.1 \text{ Вт/м}^2 \text{ – геотермальное тепло};$$

$$2) u=v=0; w=0;$$

$$3) \frac{\partial k}{\partial z} = 0; \omega = \frac{\sqrt{k}}{c_\mu^0 \kappa (z + z_0)}; z_0 = 0.05;$$

в) на правой границе, $x=L_x$:

$$u = v = 0; w = 0; \frac{\partial T}{\partial x} = 0; \frac{\partial k}{\partial x} = 0; \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0.$$

Численный алгоритм

Решение конвективно-диффузионных уравнений основано на конечно-разностном методе конечного объема [6]. Перед применением метода конечного объема для получения дискретизации исходной системы строится шахматная сетка: давление, температура, k , ω определяются в узловых точках построенной сетки, а компоненты скорости рассчитываются в точках, расположенных на гранях конечного объема. Дифференциальное уравнение интегрируют по каждому конечному объему. Следующий шаг состоит в аппроксимации полученных интегральных соотношений конечно-разностными, и в результате получается совокупность разностных уравнений.

Численный алгоритм нахождения поля течения и температуры опирается на разностную схему Кранка–Николсона. Конвективные слагаемые в уравнениях аппроксимируются по противопотоковой схеме Леонарда 2-го порядка. Для согласования поля скорости и давления использована процедура SIMPLE Патанкара [6]. Метод SIMPLE

(*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations* – полунявный метод для связывающих давление уравнений) основан на циклической последовательности операций «предположение-коррекция» при решении уравнений. Используя некоторое начальное поле давления, сначала вычисляют компоненты скорости по уравнению движения. Затем давление и компоненты скорости корректируются так, чтобы удовлетворять уравнению неразрывности. Этот цикл продолжается, пока итерационный процесс не сойдется.

Системы разностных уравнений на каждом шаге по времени решаются методом нижней релаксации или явным методом Булеева. Для вычисления компонент скорости u , v , w применяется метод релаксации. Для нахождения температуры, давления, k , ω используется явный метод Булеева.

Тестовые расчеты

Тестовые эксперименты проводились на классической задаче о тепловой гравитационной конвекции в квадратной камере с использованием результатов исследований В. И. Полежаева и др. [7, с. 26–31]. Полученные результаты расчетов, проведенных в замкнутой квадратной области при изотермических боковых границах и с условием теплоизоляции горизонтальных границ, совпали с картиной течения, приведенной в работе [7]. Анализ тестовых расчетов показал, что физическая картина течения в камере состоит в том, что нагреваемые у стенки слои жидкости поднимаются вверх, а охлаждаемые опускаются вниз, в связи с чем в прямоугольной области образуется циркуляционное течение, перемешивающее жидкость и переносящее тепло от нагретой стенки к холодной [8].

Численные эксперименты

В численных расчетах термобара сделана попытка воспроизвести реальные условия озера Байкал. Путем блокировки (делая равными нулю скорости в выключенной зоне за счет использования очень больших значений коэффициента вязкости в этой зоне и задавая нулевое значение скорости на фиктивной границе) некоторых конечных объемов прямоугольной неравномерной сетки расчетная область была приближена к прибрежному профилю озера. Используется неравномерная ортогональная сетка 126×90 с измельчением шагов у берега ($x=0$). В результате h_x меняется от 25 до 200 м, $h_z=10$ м. Шаг по времени $\Delta t=60$ сек. Начальные условия соответствуют состоянию покоя и заданным полям температуры (температура однородна по горизонтали, но переменна по вертикали), соответствующим измеренному его вертикальному распределению в мае, которое изменялось от 1,7 градусов на водной поверхности до максимального значения 3,8 на глубине 900 м [10]. На поверхности задан поток тепла $Q=210 \text{ Вт/м}^2$ [9]. Ветровое трение отсутствует, не учитывается влияние силы Кориолиса. Коэффициенты K_x , K_z и D_x , D_z , характеризующие интенсивность диффузионного переноса импульса и тепла в соответствующем направлении, рассчитываются по формуле Обухова [10]:

$$K_z = (0.05L_0)^2 \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 - \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z}};$$

$K_x = K_z$; $D_x = 0.7K_x$; $D_z = 0.7K_z$; L_0 – характерный размер области перемешивания.

На рисунках 1 и 2 представлены результаты расчетов линий тока, проведенных в условиях, близких к естественным. На рис. 1 показано образование циркуляционного течения вблизи берега, которое с течением времени продвигается к открытой границе, и после 30 суток от начала вычислительного эксперимента система циркуляционных течений за счет явления термобара продвигается на расстояние более 9 км от берега (см. рис. 2).

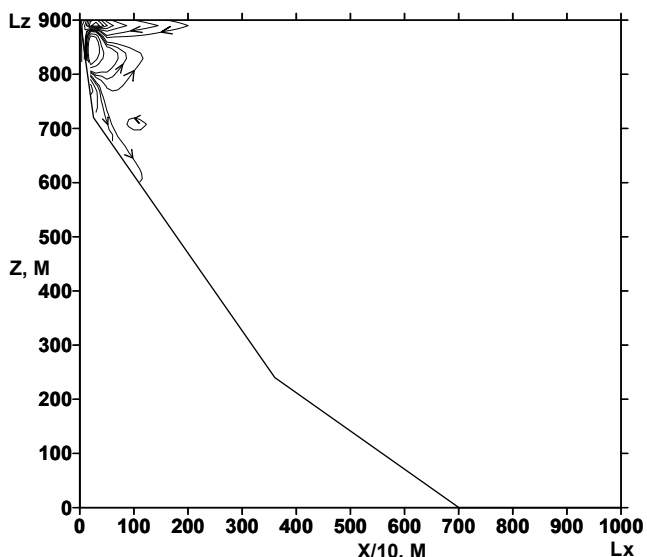


Рис. 1 – Линии тока через 7 суток

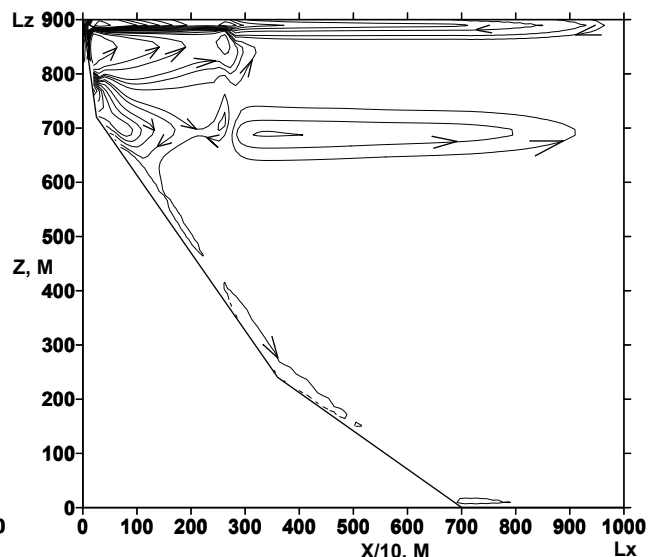


Рис. 2 – Линии тока через 30 суток

Отметим, что рисунки здесь представлены в искаженном масштабе: отношение масштаба по горизонтали к масштабу по вертикали на рисунках уменьшено в 10 раз по сравнению с реальным их отношением для рассматриваемого участка озера, и поэтому соответственно в 10 раз уменьшена в них горизонтальная компонента скорости.

Анализ результатов

В процессе постепенного перехода воды в бассейне через ТМП возможны три фазы развития водообмена [11]:

- 1) формирование вдольсклонового потока;
- 2) образование подповерхностной струи;
- 3) трансформация одного типа циркуляции в другой при переходе через ТМП.

Как видно из рисунков, за промежуток времени – 30 суток – за счет явления термобара поверхностные воды проникают примерно до глубин свободной конвекции 150 – 250 м и затем имеют тенденцию продвигаться в горизонтальном направлении в сторону центральной части озера.

Наблюдается хорошее качественное соответствие структуры течений, полученной в ходе численного моделирования, с результатами натурных наблюдений [2]. В области, где температура воды ниже ТМП, наблюдаются вдольсклоновые потоки; в области, где температура воды выше ТМП, существует активная подповерхностная струя теплых вод, в среднем слое наблюдается компенсационное течение, направленное к берегу. Опускание вод происходит между ячейками, а компенсирующий подъем – на периферии, причем подъем в прибрежной ячейке даже нарушает общее направление движения вниз по склону. Модель наглядно демонстрирует, что глубоководные слои вовлечены в вертикальное перемешивание в течение долгого времени после прогрева верхнего слоя – до тех пор, пока хоть какая-то часть вод с температурой, меньшей ТМП, находится над наклонным дном и прогревается сверху, получая тепло не от воздуха, а от верхнего тёплого слоя воды. В частности, это может быть причиной порождения холодноводных придонных интрузий, недавно обнаруженных при проведении натурных исследований на озере Байкал: авторы связывают их происхождение с наличием термобара, однако «реальный механизм водообмена остаётся неясным» [11].

Типичные абсолютные значения скоростей, полученные в численных экспериментах, были следующими: компоненты u – 0.08–0.46 см/с, v – 0.09–0.45 см/с. Интересно отметить, что вертикальная и горизонтальная компоненты скорости изменяются в почти одинаковом диапазоне.

Приведенные результаты показывают, что в условиях, близких к естественным, происходит проникновение поверхностных вод в глубокие слои при весеннем прогреве. Это согласуется с описаниями натурных наблюдений [2].

Список литературы

1. Цветова Е. А. Численная модель термобара в озере Байкал // Метеорология и гидрология. – 1997. – № 9. – С. 58–68.
2. Physical Limnology of Lake Baikal: a Review / Shimaraev M. N., Verbolov V. I., Granin N. G., Sherstyankin P. P. – Irkutsk–Okayama, 1994. – 81 с.
3. Бочаров О. Б. Численное моделирование явления термобара в озере Байкал / Бочаров О. Б., Овчинникова Т. Э. // Вычисл. технологии. – 1996. – Т. 1, № 3. – С. 21–28.
4. Application of k - ϵ turbulence models to enclosed basin: The role of internal seiches / Goudsmit G.-H., Burchard H., Peeters F., Wüest A. // Journal of Geophysical Research – 2002. – № C12, 3230.
5. Lars Umlauf. Turbulence parameterisation in hydrobiological models for natural waters, – Vom Fachbereich Mechanik der Technischen Universität Darmstadt zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation. – Darmstadt, 2001. – 232 p.
6. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 96-98 с.
7. Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье–Стокса / Полежаев В.И., Бунэ А.В., Везуб Н.А., Глушко Г. С., Грязнов В. Л., Дубовик К. Г., Никитин С. А., Простомолотов А. И., Федосеев А. И., Черкасов С. Г. – М. : Наука, 1987. – 271 с.
8. Цыденов Б. О. Численное моделирование конвективных течений в каверне // Перспективы развития фундаментальных наук: тр. VI Междунар. конф. – Томск: Изд-во ТПУ, 2009. – Т.2, С. 673-676.
9. Блохина Н. С. Влияние ветра на динамику развития термобара в период весеннего прогрева водоема / Блохина Н. С., Соловьев Д. А. // Вестник Мос. ун-та. – 2006. – Сер. 3, № 3. – С. 59-63.
10. Белолипецкий В. М. Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды / Белолипецкий В. М., Шокин Ю. И. – Новосибирск: ИНФОЛИО-пресс, 1997. – 240 с.
11. Демченко Н. Ю. Исследование структуры и динамики термобара в пресных и солоноватых водоемах, – автореферат диссертации на соискание учёной степени канд. физ.-мат. наук / Демченко Н. Ю. – Калининград, 2008. – 24 с.