

Прямое моделирование турбулентных течений несжимаемой жидкости в плоском канале

П.А. Сковородко

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия
e-mail: paskov@itp.nsc.ru

В рамках нестационарных уравнений Навье-Стокса с использованием метода искусственной сжимаемости выполнено прямое моделирование плоских турбулентных течений Пуазейля и Куэтта несжимаемой жидкости. Сопоставление результатов с имеющимися в литературе данными выявило их удовлетворительное согласие.

Введение. Несмотря на существенный прогресс в развитии вычислительной техники, наблюдающийся в последнее время, возможности прямого моделирования практически важных классов турбулентных течений крайне ограничены. Плоские течения Пуазейля и Куэтта широко используются при апробации алгоритмов прямого моделирования турбулентных течений, поскольку, несмотря на простейшую геометрию, они являют пример течения, сохраняющего основные свойства как турбулентного пограничного слоя, так и турбулентного течения как такового [1 – 3]. На этих течениях удобно проверять различные приближенные модели турбулентности [4].

В работах, посвященных прямому моделированию плоских турбулентных течений Пуазейля и Куэтта, обычно применяется сетка с сильно неравномерным разбиением координаты y , нормальной к поверхности – размер ячейки у поверхности может быть меньше размера ячейки в центральной области потока в 10 и более раз [1 – 3]. Между тем, распределение осредненных параметров в ламинарном подслое мало отличается от линейного, а уровень пульсаций основных параметров потока невелик, поэтому необходимость существенного сгущения разностной сетки в окрестности поверхности для корректного описания течения не представляется очевидной. Другими словами, представляет интерес ответ на вопрос о погрешностях описания течения при использовании сетки с достаточно большим размером ячейки у поверхности, например, при использовании сетки с равномерным разбиением координаты, нормальной к поверхности. Аналогично обстоит дело с необходимыми размерами расчетной области, представляющей собой параллелепипед, по координатам x и z – неясно, насколько эти размеры могут быть уменьшены без существенных искажений основных характеристик течения.

В работе выполнено прямое моделирование плоских турбулентных течений Пуазейля и Куэтта несжимаемой жидкости с использованием разностной сетки с равномерным разбиением координаты, нормальной к поверхности, в расчетной области существенно меньших размеров, чем в работах, имеющихся в литературе. Основная цель работы – установить, насколько велик вносимый при этом уровень искажений основных характеристик течения. Исследование является необходимым этапом на пути разработки алгоритма прямого моделирования течений сжимаемого газа, планируемого в дальнейшем.

1. Постановка задачи. Прямое моделирование плоских турбулентных течений Пуазейля и Куэтта несжимаемой жидкости проводится в рамках нестационарных уравнений Навье-Стокса с использованием метода искусственной сжимаемости, предложенного Н.Н. Яненко [5]:

$$a \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 u_i \quad (2)$$

Система уравнений (1, 2) записана в безразмерном виде, при этом пространственные координаты выражены в единицах полувысоты канала δ , компоненты скорости – в единицах динамической скорости $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$, где τ_w – касательное напряжение, ρ – плотность жидкости, а давление – в единицах ρu_τ^2 . Число Рейнольдса Re равно $u_\tau \delta / \nu$, где ν – кинематическая вязкость.

Безразмерный параметр a в уравнении неразрывности (1) должен выбираться из соображений минимизации возмущений, вносимых в решение членом, описывающим искусственную сжимаемость. Из сопоставления уравнения (1) с уравнением неразрывности для изотермического течения сжимаемого газа нетрудно установить, что параметр a равен квадрату отношения динамической скорости к скорости звука, иначе говоря, квадрату соответствующего числа Маха (M_τ^2). Это обстоятельство позволило выбрать значение $a = 10^{-4}$, что соответствует значению $M_\tau = 0.01$, с которым проводилась большая часть расчетов. Контрольные расчеты некоторых вариантов с $a = 10^{-3}$ не выявили сколько-нибудь значительного влияния параметра a на результаты, что позволяет надеяться на малое отличие полученных результатов от решения, соответствующего значению $a = 0$.

В дальнейшем координату вдоль направления течения будем обозначать через x , координату, нормальную к поверхностям – через y , а координату, ортогональную двум указанным – через z . Для компонент скорости вдоль координат x , y и z примем обозначения u , v и w , соответственно. Расчетная область для обеих задач представляла собой параллелепипед с размерами L_x , $L_y = 2\delta$ и L_z по соответствующим координатам. Приводимые ниже результаты получены для области с размерами $L_x = 1.6\pi\delta$, $L_z = 2\delta$. Применялась разностная сетка с равномерным разбиением по каждой координате, число ячеек по каждому из направлений составляло 80 с общим числом ячеек в области расчета, равным 512000.

Конечно-разностные соотношения записывались в консервативной форме на гибридной (другие названия: разнесенная, MAC-сетка) разностной сетке, характеризующейся тем, что давление определяется в центре ячейки, а компоненты скорости – в середине соответствующих граней ячейки [6]. Рассматривались режимы развитой турбулентности, что позволяло ставить периодические граничные условия на соответствующих границах расчетной области. Для компонент скорости на твердой поверхности ставились условия прилипания, задавать давление на этой поверхности, при использовании гибридной разностной сетки, не требуется. Для задачи о течении Пуазейля периодические условия для давления на границах при $x = 0$ и $x = L_x / \delta$ ставились с учетом перепада давления Δp , который в принятой нормировке равен L_x / δ . Для задачи о течении Куэтта компонента скорости $u = -U_w$ при $y = 0$ и $u = U_w$ при $y = L_y / \delta$.

Течение моделировалось явным методом, при этом параметры на новом временном слое определялись итеративно с последовательным уточнением параметров на промежуточном временном слое, с числом соответствующих итераций, равным 4. В результате обеспечивался порядок аппроксимации по времени, близкий ко второму. Второй порядок аппроксимации по пространственным переменным обеспечивался автоматически свойствами гибридной разностной сетки.

Для течения Пуазейля рассмотрен режим с числом Рейнольдса $Re = 180$, для которого в литературе имеются результаты расчета, полученные спектральным методом [1, 7]. Начальное распределения параметров в поле течения было получено путем расчета эволюции течения от ламинарного распределения параметров, подвергнутого случайным возмущениям. Эта эволюция прослеживалась до тех пор, пока распределение параметров, осредненных по определенному временному интервалу, не переставало зависеть от времени. Для течения Куэтта начальное распределение параметров было получено после определенной временной эволюции течения с полем параметров, сформированным из распределения для течения Пуазейля с соответствующей корректировкой полей давления и компонент скорости.

Расчеты проводились с шагом по времени $dt = 1.366 \cdot 10^{-4}$. Число шагов по времени, по которому проводилось осреднение параметров потока, составляло $3 \cdot 10^5$ для течения Пуазейля и $2.5 \cdot 10^5$ для течения Куэтта.

2. Результаты и обсуждение. Все полученные в работе [1] результаты размещены на сайте [7] в свободном доступе, что облегчает процесс их анализа и сравнения с результатами других работ. Там же приведены результаты для более высоких чисел Рейнольдса, изложенные в работе [2]. На рис. 1 для течения Пуазейля проводится сравнение распределений по высоте канала осредненной компоненты скорости u , которая обозначается как u^+ , при этом результаты данной работы представлены символами, причем показаны обе половины профиля, позволяющие судить о степени его симметричности, а результаты работы [1] – красной линией. Как видно, результаты двух расчетов хорошо согласуются между собой.

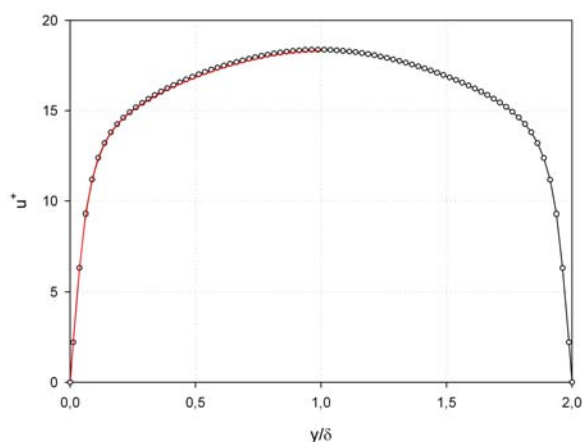


Рис. 1. Распределение по высоте канала осредненной компоненты скорости u для течения Пуазейля при $Re = 180$ (символы – данная работа, красная линия – работа [1]).

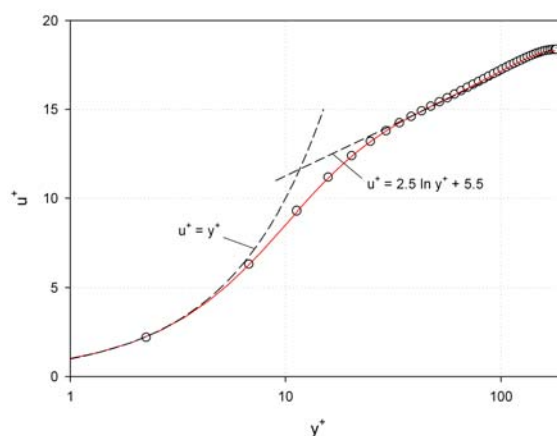


Рис. 2. Профиль осредненной компоненты скорости u для течения Пуазейля при $Re = 180$ в зависимости от универсальной безразмерной координаты y^+ (символы – данная работа, красная линия – работа [1]).

Для более детального анализа распределения скорости в потоке, приведенные на рис. 1 профили осредненной скорости воспроизведены на рис. 2 в зависимости от универсальной безразмерной координаты y^+ , определяемой как $y^+ = yu_\tau / \nu$, в логарифмическом масштабе. Пунктирными линиями показаны распределение $u^+ = y^+$, типичное для ламинарного подслоя, а также распределение $u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5$, которое хорошо аппроксимирует данные работы [1] в основной части турбулентного пограничного слоя. То же распределение, как видно,

хорошо аппроксимирует и результаты данной работы. Хорошее согласие с результатами работы [1] имеет место, несмотря на то, что для используемой здесь разностной сетки первая расчетная точка для скорости u^+ (не считая точки, расположенной непосредственно на поверхности канала) располагается при $y^+ = 2.25$ (см. рис. 2).

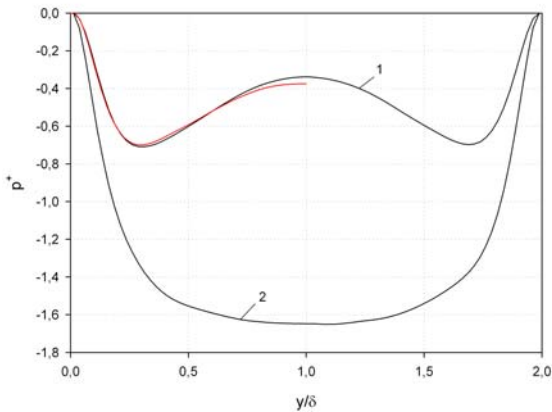


Рис. 3. Распределение по высоте канала осредненного давления (p^+) для течения Пуазейля при $Re = 180$ (кривая 1 – данная работа, красная линия – работа [1]), а также для течения Куэтта при $Re = 185$ (кривая 2).

На рис. 3 для течения Пуазейля проводится сравнение распределений по высоте канала осредненного давления p , которое обозначается как p^+ , с результатами работы [1]. Там же приведен профиль осредненного давления для течения Куэтта при $Re = 185$. Как видно, для течения Пуазейля данные двух расчетов хорошо согласуются между собой практически во всей области профиля, за исключением небольшой окрестности плоскости симметрии, где между ними наблюдается некоторое отличие. Неравномерность профиля осредненного давления для течения Куэтта существенно выше таковой для течения Пуазейля при близких значениях чисел Рейнольдса. Для обоих рассматриваемых течений максимум давления достигается на поверхности канала.

На рис. 4 проведено аналогичное сравнение для уровня среднеквадратичных пульсаций давления (p_{rms}) для тех же вариантов, что и на рис. 3. Здесь при качественно одинаковом поведении профилей наблюдается небольшое количественное различие между результатами данной работы и работы [1], которое отсутствует на поверхности канала, однако увеличивается до приблизительно 25% в плоскости симметрии. Причины указанного различия в предсказаниях уровня пульсаций давления могут быть связаны с небольшим демпфированием пульсаций давления используемым в данной работе приближением искусственной сжимаемости. Другая причина может быть связана с отличием в 2.5 раза длины исследуемого канала, которая в работе [1] составляет $L_x = 4\pi\delta$. Уровень пульсаций давления для течения Куэтта (кривая 2 на рис. 4) существенно выше такового для течения Пуазейля при близких значениях чисел Рейнольдса.

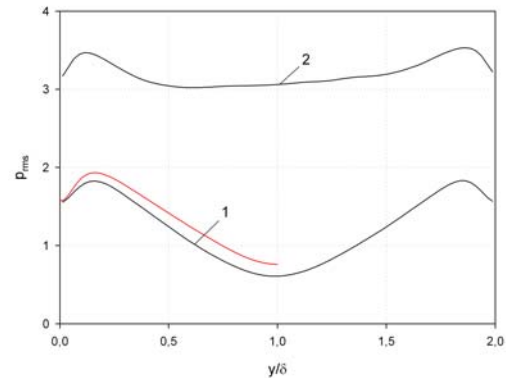


Рис. 4. Распределение по высоте канала уровня среднеквадратичных пульсаций давления (p_{rms}) для течения Пуазейля при $Re = 180$ (кривая 1 – данная работа, красная линия – работа [1]), а также для течения Куэтта при $Re = 185$ (кривая 2).

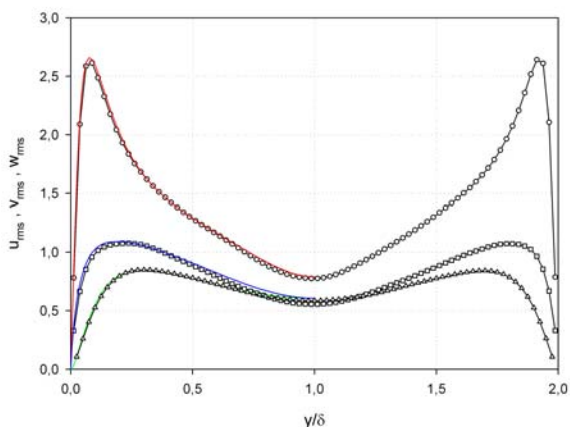


Рис. 5. Распределение по высоте канала уровня среднеквадратичных пульсаций компонент скорости u (верхняя кривая), v (нижняя кривая) и w (средняя кривая) для течения Пуазейля при $Re = 180$ (результаты работы [1] показаны цветными линиями).

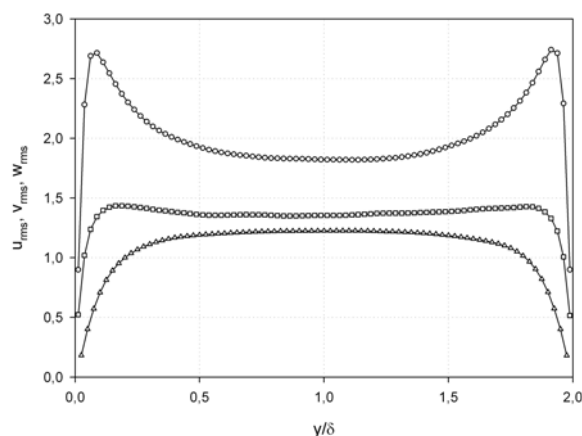


Рис. 6. Распределение по высоте канала уровня среднеквадратичных пульсаций компонент скорости u (верхняя кривая), v (нижняя кривая) и w (средняя кривая) для течения Куэтта при $Re = 185$.

На рис. 5 приведены распределения по высоте канала уровня среднеквадратичных пульсаций компонент скорости u , v и w для течения Пуазейля, которые, как видно, хорошо согласуются с данными работы [1].

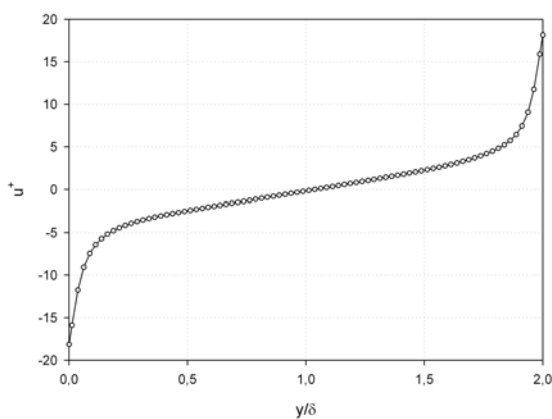


Рис. 7. Распределение по высоте канала осредненной компоненты скорости u для течения Куэтта при $Re = 185$.

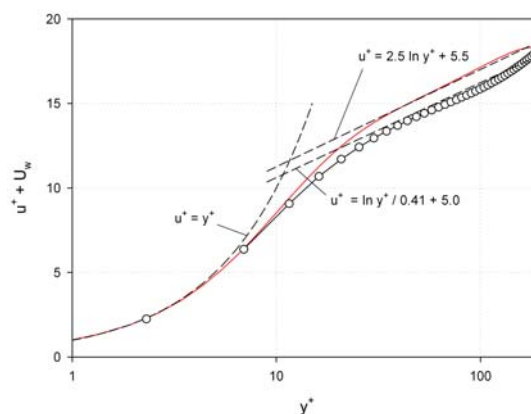


Рис. 8. Профиль осредненной компоненты скорости $u + U_w$ для течения Куэтта при $Re = 185$ в зависимости от универсальной безразмерной координаты y^+ (символы – данная работа, красная линия – результаты работы [1] для течения Пуазейля при $Re = 180$).

Другие характеристики течения Пуазейля, такие, например, как коэффициент сопротивления, отношение скорости в плоскости симметрии к средней скорости потока, распределения напряжений Рейнольдса, также хорошо согласуются с результатами работы [1].

Для течения Куэтта число Рейнольдса оказалось равным $Re = 185$ при величине скорости $U_w = 18.14$ (для течения Пуазейля скорость u^+ в середине канала составляла 18.37).

На рис. 6 приведены распределения по высоте канала уровня среднеквадратичных пульсаций компонент скорости u , v и w для течения Куэтта, которые, как видно, подобны наблюдающимся для течения Пуазейля, приведенным на рис. 5.

На рис. 7 приведено распределение по высоте канала осредненной компоненты скорости u , которое имеет вид, типичный для турбулентного течения Куэтта [3]. Тот же профиль в системе отсчета, связанной с нижней поверхностью, воспроизведен на рис. 8 в зависимости от универсальной безразмерной координаты y^+ в логарифмическом масштабе. Пунктирными линиями показаны распределение $u^+ = y^+$, типичное для ламинарного подслоя, распределение $u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5$, которое хорошо аппроксимирует данные работы [1] в основной части турбулентного пограничного слоя для течения Пуазейля, а также распределение $u^+ = \ln y^+ / 0.41 + 5.0$, которым авторы работы [3] аппроксимируют распределение в основной части пограничного слоя для течения Куэтта при $Re = 126$, которое, как видно, согласуется и с результатами данной работы.

Заключение

Приведенные результаты не подтверждают необходимости существенного сгущения разностной сетки в окрестности поверхности, равно как и использования больших размеров расчетной области по координатам x и z , для корректного описания рассматриваемых течений. Вполне приемлемая точность описания основных характеристик течения может быть обеспечена при использовании расчетной области весьма умеренных размеров и разностной сетки с равномерным разбиением координаты, нормальной к поверхности.

Список литературы

- [1] J. Kim, P. Moin, R. D. Moser. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number // *J. Fluid Mech.*, 1987, V. 177, pp. 133-166.
- [2] R. D. Moser, J. Kim, N.N. Mansour. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$ // *Phys. Fluids*, 1999, V. 11, N. 4, pp. 943-945.
- [3] T. Takahiro, K. Hiroshi, S. Kenji. DNS of turbulent Couette flow with emphasis on the large-scale structure in the core region // *Journal of Turbulence*, 2006, V. 7, N. 19, pp. 1-16.
- [4] К.Н. Волков. Сравнение низкорейнольдсовых моделей турбулентности с данными прямого численного моделирования течения в канале // *Теплофизика и Аэромеханика*, 2005, Т. 12, № 3, С. 365-378.
- [5] Н.Н. Яненко. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967, 196с.
- [6] F.H. Harlow, J.E. Welch. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface // *Phys. Fluids*, 1965, V. 8, N. 12, pp. 2182-2189.
- [7] <http://turbulence.ices.utexas.edu>