

О режимах развития неупругой деформации в геоматериалах*

Ю.П. СТЕФАНОВ

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

e-mail: stefanov@ispms.tsc.ru

В работе предложены соотношения, описывающие взаимосвязь изменения поверхности предельного состояния и коэффициента дилатансии, которые позволяют учесть изменения режимов развития деформации. Численно исследовано развитие деформации в режимах дилатансии и компактии в рамках математической модели с комбинированной предельной поверхностью. Показано проявление смешанных режимов и их смены в ходе деформации в зоне локализации при сдвиге слоя среды.

Введение. В зависимости от условий нагружения и свойств геоматериалов развитие деформации может протекать в режимах дилатансии и компактии. Возможность реализации каждого из этих режимов обычно разделяют с учетом действующей нагрузки и пористости среды. При небольших давлениях поведение консолидированных и высокопористых пород не имеет принципиальных различий. С ростом давления происходит увеличение эффективной прочности, а разрушение в основном протекает по межзеренным границам. В ходе сдвиговой деформации имеет место дилатансия, рассеянное накопление микротрещин с увеличением объема [1-4]. Различие в поведении плотных и пористых пород проявляется при давлениях, превышающих некоторую пороговую величину, зависящую от пористости среды. Тогда с ростом давления эффективная прочность пористых пород начинает снижаться, начинается интенсивное разрушение зерен, скелета породы, в результате чего поровое пространство сокращается, имеет место компакция, или уплотнение [4, 5].

Анализ микроструктуры в зонах локализации деформации показывает, что наряду с возможностью реализации двух указанных режимов деформации могут наблюдаться смешанные режимы. При одних условиях пористость и поврежденность среды растет от краев к центру полосы локализации, в других условиях в центральном слое наблюдают уплотнение, а в слоях по краям полосы локализации пористость оказывается выше, чем в окружающем материале [6]. Можно предположить о существовании переходного режима, при котором в ходе деформирования процесс разрыхления сменяется уплотнением.

Для моделирования процесса деформации горной породы использован подход [6], который основан на решении уравнений динамики упругопластической среды по явной численной схеме [7]. Описание деформации за пределом упругости осуществлялось в рамках модели с комбинированной поверхностью предельного состояния [8], построенной на основе модифицированных моделей Друккера-Прагера-Николаевского [1, 2] и Рудницкого [9].

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 11-05-00661-а), интеграционным проектом СО РАН № 114, проектом 16.8 Президиума РАН и проектом VII.64.1.8 фундаментальных исследований СО РАН на 2010-2012 гг.

Определяющие соотношения. Примем, что скорость деформации состоит из упругой и пластической частей:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p. \quad (1)$$

Пластической деформацией здесь будем называть неупругую деформацию независимо от ее природы. До начала пластической деформации напряжения будем рассчитывать по гипопругому закону:

$$\check{s}_{ij} = 2\mu \left(\dot{\varepsilon}_{ij}^e - \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{kk}^e \delta_{ij} \right), \quad (2)$$

где $\check{s}_{ij} = \dot{s}_{ij} - s_{ik}\dot{\omega}_{jk} - s_{jk}\dot{\omega}_{ik}$, u_i – компоненты вектора скорости, σ_{ij} – компоненты тензора напряжений Коши, точка сверху означает производную по времени K и μ – модули сжатия и сдвига соответственно. Использовано разложение тензора напряжений на шаровую и девиаторную части: $\sigma_{ij} = -\sigma\delta_{ij} + s_{ij}$, где $\sigma = -\sigma_{kk}/3$ – давление; s_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений, δ_{ij} – символ Кронекера. Компоненты тензоров скорости деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$ и скоростей вращения $\dot{\omega}_{ik}$ определяются из соотношений:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad \dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i}). \quad (3)$$

Упругое состояние среды в пространстве напряжений ограничено поверхностью предельного состояния:

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0, \quad (4)$$

где f – уравнение предельной поверхности (функции нагружения). Пластическая деформация определяется из уравнения:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (5)$$

где $g(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0$, – пластический потенциал; $d\lambda$ определяется в ходе деформирования из условия пластичности; ε_{ij}^p – компоненты пластической (неупругой) деформации. Простейшее уравнение пластического потенциала, позволяющего учитывать дилатансию, можно записать в виде [2, 3]:

$$g = \tau - \Lambda\sigma, \quad (6)$$

где Λ – коэффициент дилатансии.

Для плотных материалов используют коническую поверхность [1-3], а для пористых замкнутую, комбинированной или эллиптической формы [9] (рис. 1, 2). Будем использовать предельную поверхность, представленную на рисунках 1, 2, которая в области сдвиговой деформации на интервале давлений $\sigma_t \leq \sigma \leq \sigma_0$ описывается уравнением:

$$f_1(\sigma, \tau) = \tau - \alpha\sigma - c \quad (7)$$

и при давлениях $\sigma > \sigma_0$ – уравнением [9]:

$$f_2(\sigma, \tau) = \frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{a^2} + \frac{\tau^2}{b^2} - 1 = 0. \quad (8)$$

Здесь $\alpha = \alpha(\gamma^p, \sigma)$, $c = c(\gamma^p)$ – коэффициенты, связанные с внутренним трением и сцеплением закона Кулона-Мора; $\tau = (s_{ij}s_{ij}/2)^{1/2}$ – интенсивность касательных

напряжений; σ_t – прочность на отрыв; $\sigma_0(\phi)$ – пороговое давление, при котором начинается уплотнение материала; γ^p – интенсивность сдвиговой пластической деформации; $a = \sigma_1 - \sigma_0$, $b = c + \alpha\sigma_0$, ϕ – пористость. Упрочнение и разупрочнение в ходе сдвиговой деформации опишем уравнением [6, 8, 10]:

$$c(\gamma^p)c_0[1 + h(A(\gamma^p) - D(\gamma^p))], \quad (9)$$

где h – коэффициент упрочнения, $d\gamma^p = 2((de_{ij})^p(de_{ij})^p/2)^{1/2}$ – интенсивность сдвиговой пластической деформации, γ^* – критическая деформация, после достижения которой преобладает деградация материала. Используется линейная зависимость для учета упрочнения и квадратичная для учета разупрочнения (накопления повреждений):

$$A(\gamma^p) = 2\gamma^p/\gamma^*, \quad (10)$$

$$D(\gamma^p) = (\gamma^p/\gamma^*)^2, \quad (11)$$

γ^* – пластическая деформация начала разрушения. Зависимость коэффициента дилатансии от давления запишем в виде [10]:

$$\Lambda(\sigma) = \Lambda_0 \left(\frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad \text{при } \sigma < \sigma_0, \quad (12)$$

$$\Lambda(\sigma) = - \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_1 - \sigma_0} \right)^n \quad \text{при } \sigma_0 < \sigma < \sigma_1.$$

Таким образом, коэффициент дилатансии будет функцией давления. Зависимость порогового давления от объемной пластической деформации запишем в виде выражения:

$$\sigma_0(\varepsilon^p) = \sigma_0^0 \left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon^* - \varepsilon^p} \right)^m. \quad (13)$$

Здесь $\varepsilon^p = \varepsilon_{kk}$, ε^* – предельная объемная деформация уплотнения или начальная пористость. Приняв такой закон изменения порогового давления σ_0 , мы допускаем возможность смены режима деформации с дилатансионного на компакционный и наоборот [10].

Для моделирования процесса деформации численно решалась система уравнений, включающая уравнения неразрывности и движения. Моделирование процессов осуществлялось в двумерной постановке для условий плоской деформации.

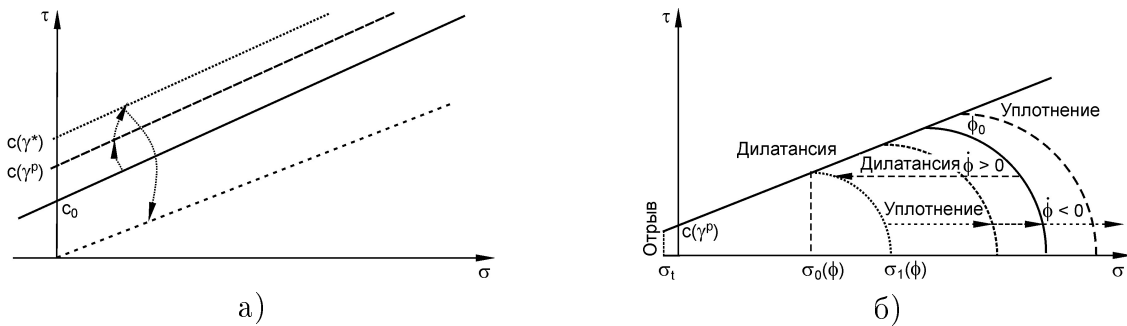


Рис. 1. Поверхность предельного состояния горных пород и ее изменение в ходе сдвиговой (а) и объемной пластической деформации (б).

Обсуждение результатов. Сдвиг слоя вдоль направляющих. Рассмотрим сдвиг слоя среды, зажато между направляющими. В таких стесненных условиях, сильно сказывается упрочняющее влияние дилатансии [8, 11]. При малых значениях этого коэффициента ($\Lambda < 0.2\alpha$), как правило, возникает сеть полос локализованного сдвига Риделя, аналогичная рис. 2. С увеличением скорости сдвига происходит более четкое проявление не только основных, но и сопряженных полос, которые имеют больший угол наклона. Угол наклона основных полос локализации можно оценить как $\beta = 45^\circ \pm (\phi/4 + \psi/4)$, где β – угол к оси наибольшего сжатия, ϕ, ψ – углы внутреннего трения и дилатансии соответственно. Угол внутреннего трения для геологических сред обычно лежит в диапазоне 30° - 40° . Угол дилатансии меньше угла внутреннего трения и может меняться как с изменением давления, так и в ходе деформирования. Отсюда, в условиях простого сдвига при отсутствии дополнительных сжимающих, или растягивающих напряжений (не считая давления) наклон основных полос локализованной деформации к направляющей сдвига обычно составляет 10° - 12° .

Рассмотрим влияние изменений коэффициента дилатансии на развитие процесса деформирования в слое. Для устранения влияния ограниченной протяженности слоя на торцах были заданы замкнутые граничными условия, имитирующие бесконечную протяженность, так, чтобы левый край был продолжением правого и, наоборот. Расчеты проводились при следующих значениях коэффициентов: модуль сжатия $K = 27.6$ ГПа; модуль сдвига $\mu = 17.7$ ГПа; коэффициент внутреннего трения $\alpha = 0.55$, сцепления $c = 0$ и переменным значением коэффициента дилатансии, $m = 0.75$; $n = 3.0$; $\varepsilon^* \sim \phi_0 = 0.15$.



Рис. 2. Распределения объемной пластической деформации при сдвиге слоя среды.

Проведенные расчеты показали, что пока значения коэффициента дилатансии лежат в диапазоне $\Lambda = 0.4$ - 0.1 локализации деформации не наблюдается (при заданном значении α), деформация в сыпучей среде протекает однородно. На рис. 3 и 4, где показаны графики зависимостей напряжений и коэффициента дилатансии в слое, можно увидеть изменение наклонов графиков интенсивности касательных напряжений и давления вследствие изменения коэффициента дилатансии. Заметим, что возникающее давление (рис. 3а) вызвано исключительно дилатансией среды, его величину в данных условиях деформирования можно оценить как: $\sigma = K\varepsilon^p = K \int_0^\gamma \Lambda d\gamma$. Следствием роста давления на начальном этапе является увеличение эффективной сдвиговой прочности (7), что отражается на рисунке ростом интенсивности касательных напряжений.

Уравнения (12, 13) определяют связь между коэффициентом дилатансии и разностью между пороговым и текущим давлением среды. Учитывая, что пороговое давление зависит от объемной деформации, эта связь становится достаточно сложной. При заданных значениях параметров изменение коэффициента дилатансии и порогового давления происходит достаточно быстро. Полосы локализованной деформации возникли, когда коэффициент дилатансии уменьшился примерно до значения $\Lambda = 0.1$ (рис. 4а). На графиках (рис. 4) видно, с этого момента происходит быстрый рост объемной пластической деформации (рис. 4б) и столь же

стремительное снижение порогового давления σ_0 (рис. 4в). Среднее значение сдвиговой деформации слоя составило при этом около 4%. При сдвиговой деформации около 5% среднее значение коэффициента дилатансии в слое приблизилось к нулю, а объемная пластическая деформация в полосе локализации достигла максимального уровня (рис. 3в, кривая 2). Дальнейшая деформация протекала в смешанном режиме дилатансии и компакций. В областях, где объемная деформация осталась малой, сохранился режим дилатансии, а в областях ее максимального уровня, в зонах локализации дальнейшая деформация протекала в режиме компакций. Таким образом уровень объемной деформации в полосе локализации стал снижаться, максимальные значения оказываются ниже, чем в предыдущий момент (рис. 3в, кривая 3). На рис. 2 в отдельных областях можно увидеть отрицательные значения. Это говорит о том, что развитие деформации после достижения некоторого уровня разрыхления перешло в режим компакций. В итоге перестают меняться средние значения напряжений и объемной пластической деформации (рис. 3а, б).

Следует заметить, что значения показателя $n > 2.5$ в уравнении (12) обеспечивает быстрое снижение порогового давления с ростом объемной пластической деформации и как следствие ограничение ее значения в зонах локализации (рис. 2). Это может привести к более локализованному характеру смены режима, но при менее высоких уровнях объемной деформации. И наоборот, при меньших значениях показателя наблюдаются высокие значения деформации и более распределенный характер смены режима деформации.

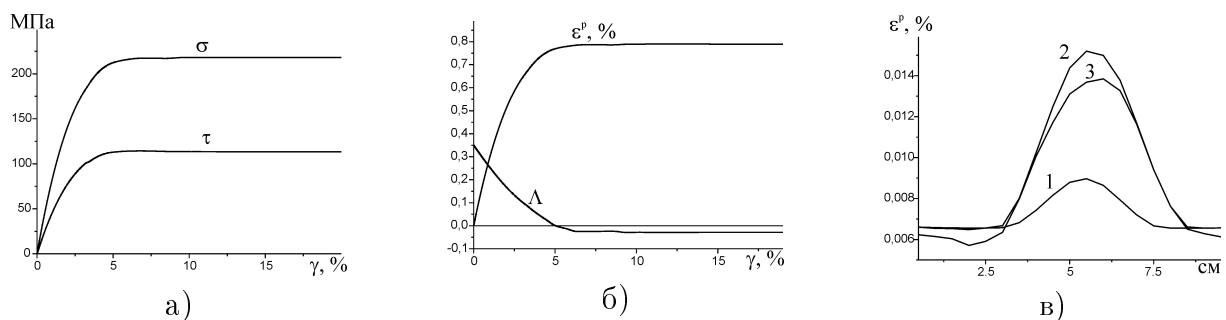


Рис. 3. Графики изменения усредненных по всей расчетной области значений а) давления и интенсивности касательных напряжений, б) объемной пластической деформации и коэффициента дилатансии в ходе сдвига слоя среды. в) распределение объемной пластической деформации в сечении полосы локализации в последовательные моменты.

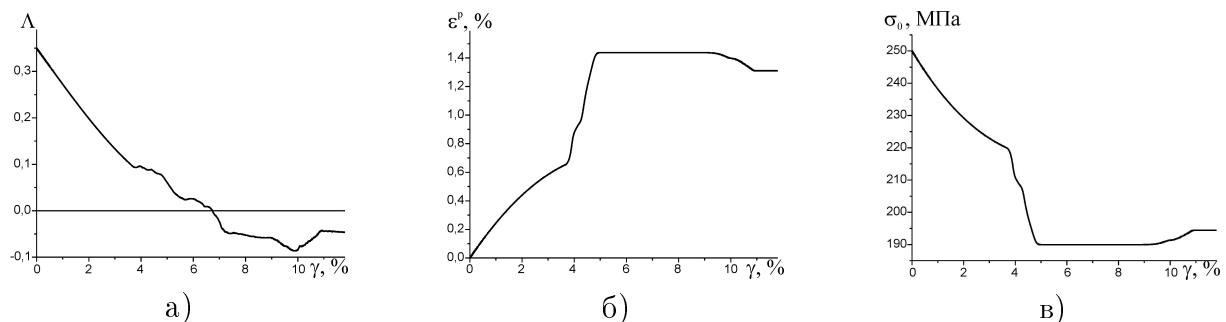


Рис. 4. Графики изменения в полосе локализованной деформации а) объемной пластической деформации, б) коэффициента дилатансии и в) порогового давления в ходе сдвига слоя среды.

Заключение. Реализация режимов дилатансии и компакции при деформировании в зонах локализации и разломах зависит от напряженного состояния и состояния среды, ее поврежденности, пористости. В условиях, близких к критическим, учет разных режимов деформирования может быть важным, т.к. от этого зависят условия инициации и характер развития деформации.

Предложенные соотношения позволяют описывать особенности поведения геоматериалов и других сред, для которых характерно развитие деформации с заметным изменением пористости и эффективного объема разного знака. Показано, что смена режимов деформирования с дилатансии на компакцию может быть вызвана не только изменением напряженного состояния, но и изменением свойств среды в ходе процесса, а именно с накопленной объемной деформацией.

Список литературы

- [1] ДРУККЕР Д., ПРАГЕР В. Механика грунтов и пластический анализ или предельное проектирование // Механика. Новое в зарубежной науке. Вып. 2. Определяющие законы механики грунтов. - М.: Мир, 1975. - С. 166-177.
- [2] НИКОЛАЕВСКИЙ В.Н. Определяющие уравнения пластического деформирования сыпучей среды // ПММ. - 1971. - Т. 35. - Вып. 6. - С. 1017-1029.
- [3] КАПУСТЯНСКИЙ С.М., НИКОЛАЕВСКИЙ В.Н. Количественная формулировка упругопластической дилатансионной модели // МТТ. - 1984. - №4. - С. 113-123.
- [4] FOSSEN H., SCHULTZ R.A., SHIPTON Z.K., MAIR K. Deformation bands in sandstone: a review // J.Geolog. Soc. of London. - 2007. - No. 164. - P. 755-769.
- [5] BIED A.EL., SULEMA J., MARTINEAU F. Microstructure of shear zones in Fontainebleau sandstone // Int. J. Rock Mech. Min. - 2002. - V. 39. - P. 917-932.
- [6] СТЕФАНОВ Ю.П. Некоторые особенности численного моделирования поведения упруго-хрупкопластичных материалов // Физ. мезомех. - 2005. - Т. 8. - №3. - С. 129-142.
- [7] WILKINS M.L. Computer Simulation of Dynamic Phenomena. - Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 1999. - 246 p.
- [8] СТЕФАНОВ Ю.П. Режимы дилатансии и уплотнения развития деформации в зонах локализованного сдвига. // Физ. мезомех.- 2010. - Т.13. Спец. Вып. - С. 11-19
- [9] GRUESCHOW E., RUDNICKI J.W. Elliptic yield cap constitutive modeling for high porosity sandstone // Int. J. Sol. Struct. - 2005. - V. 42. - P. 4574-4587.
- [10] СТЕФАНОВ Ю.П. Численное моделирование деформирования и разрушения горных пород на примере расчета поведения образцов песчаника // ФТПРПИ. - 2008. - №1. - С. 73-83.
- [11] СТЕФАНОВ Ю.П. Локализация деформации и разрушение в геоматериалах. Численное моделирование // Физ. мезомех. - 2002. - Т. 5. - №5. - С. 107-118.