

Решение задачи управления гидродинамическим сопротивлением оболочечных конструкций

<Е.А. СЕДОВА>

Новокузнецкий филиал-институт ГОУ ВПО

Кемеровский государственный университет”

e-mail: <SedovaEA@yandex.ru>

В.О. КАЛЕДИН

В работе представлены этапы решения задачи управления гидродинамическим сопротивлением оболочечных конструкций.

В течение последних десятилетий механическое поведение оболочек является объектом многочисленных исследований, актуальность которых определяется применением пластин и оболочек в несущих элементах ответственных силовых конструкций авиационной и ракетной техники, в судостроении, энергетическом и химическом машиностроении и т.д. Практически важный класс задач образуют задачи о взаимодействии упругих оболочек с обтекающим их потоком жидкости или газа, приводящем к возбуждению колебаний и образованию волн в связи с возможностью уменьшения гидродинамического сопротивления. Исследования в этой области проводятся начиная с 1960 года, однако работ по математическому моделированию, в которых бегущая волна возбуждалась бы не только самим течением (в носовой части), но и распределенными внутренними источниками энергии, пока нет. Поэтому вопрос о возможности снижения гидродинамического сопротивления корпусных конструкций за счет колебаний из оболочек остается открытым.

На начальном этапе задача управления гидродинамическим сопротивлением решалась для упругой оболочки вращения со сложной формой меридиана, при заданном внешнем давлении и погонной силе на передней кромке, гармонически изменяющейся по времени. Расчет движения оболочки проводился с использованием метода конечных элементов[1]. Деформирование предполагалось осесимметричным. Задача решалась методом перемещений. В качестве неизвестных использовались значения линейных перемещений: вдоль меридиана u , вдоль окружности v и вдоль нормали w , а также их производных по меридиональной координате u', v', w' в узлах модели, что позволяло построить эрмитов сплайн третьего порядка по меридиональной координате. Далее

получались выражения для кинетической и потенциальной энергии, а также энергии диссипации по алгоритму, описанному в работе [2].

В результате дискретизации по пространственной координате получали уравнение движения оболочки:

$$M\ddot{\delta} + R\dot{\delta} + K\delta = F(t), \quad (1)$$

$$\delta(0) = 0, \quad \dot{\delta}(0) = 0,$$

где

$M = \int_V \rho N^T N dV$ – матрица масс,

R – матрица демпфирования ($R = \alpha M + \beta K$),

$K = \int_S B^T D B dS$ – матрица жесткости,

F – нагрузки, приведенные к эквивалентным узловым силам

δ – перемещения узлов,

t – время.

Движение жидкости описывалось уравнениями Навье-Стокса, из которых методом расщепления получалась разностная схема

$$L_h F = G_h (\delta, \dot{\delta}), \quad (2)$$

где L_h и G_h – линейные разностные операторы, F – вектор узловых неизвестных (давлений, приведенных к узловым силам), точка означает дифференцирование по времени.

Разработанная математическая модель чувствительна к вариации плотности материала, модулей упругости оболочки, коэффициента поперечной деформации в плоскости армирования материала, а также к схеме армирования, месту приложения возмущающей силы и параметрам обтекающего потока. Частота возмущающей силы существенно влияет на фазовую скорость, причем дисперсионные кривые немонотонны.

Армирование оболочки под ненулевым углом к меридиану при любом направлении действия возмущающей силы приводит к одновременному появлению продольных, продольно-изгибных и крутильных колебаний, из которых продольные имеют наибольшую фазовую скорость, а крутильные затухают медленнее других.

Однако, варьирование параметров материала не дает возможности свободного управления гидродинамическим сопротивлением, поскольку подбор таких параметров, при которых сопротивление будет уменьшено, приводит к противоречивым свойствам материала.

Более перспективным может быть использование упругого основания как проводника бегущих волн совместно с тонкой упругой оболочкой. Для добавления упругого

основания в математическую модель были внесены изменения. Упругое основание рассматривалось с использованием модели Винклера, по которой

$$\sigma_n = \kappa w, \quad (3)$$

где κ - коэффициент упругости основания,

σ_n - напряжения, действующие по нормали на границе упругого основания и оболочки. Эти напряжения складываются с приложенным к оболочке давлением.

Таким образом, энергия деформации для упругого основания примет вид

$$W = \frac{1}{2} \delta^T \kappa \left(\int_s R(s) N^T N ds \right) \delta = \frac{1}{2} \delta^T K_y \delta, \quad (4)$$

где $R(s)$ - радиус оболочки,

N - функции формы,

K_y - матрица жесткости упругого основания.

Энергия деформации оболочки вместе с упругим основанием будет равна сумме энергий деформации упругого основания и внешнего слоя $W = W_y + W_o$. Отсюда получаем матрицу жесткости элемента, включающего упругую оболочку вместе с основанием. Суммируя матрицы жесткости элементов, получим глобальную матрицу, которая фигурирует в формуле (1).

Описанный метод решения был программно реализован и проверен на тестовом примере.

В качестве начального тестового примера был проведен расчет статики цилиндрической оболочки радиуса $R = 0.05$ м, длиной $l = 1$ м, толщиной $h = 0.002$ м, закрепленной в основаниях по меридиональным, окружным, нормальным перемещениям и производной нормальных перемещений (рисунок 1). Физико-механические параметры материала оболочки: $E_1 = 950000$ Па, $E_2 = 10$ Па, $E_3 = 0.01$ Па, $\rho = 8000$ кг/м³. Оболочка равномерно нагружена по нормали $q_n = 100$ Па.

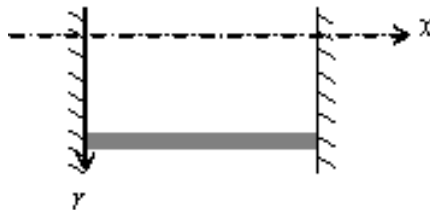


Рис. 1. Цилиндрическая оболочка

Первоначально коэффициент упругости основания был взят равным $\kappa = 0.01$ Н/м. Согласно теоретическим представлениям, при таком незначительном коэффициенте

упругости напряжения в оболочке на упругом основании будут близки к напряжениям тонкой упругой оболочки без учета упругого основания. При аналитическом расчете напряжения для таких параметров оболочки получаем равными $\sigma_n = \frac{q_n \cdot R}{h} = 2500 \text{Па}$, при численном расчете - $\sigma_n = 2497 \text{Па}$, что подтверждает теорию. Далее, коэффициент упругого основания был взят равным $\kappa = 100 \text{Н/м}$. При таком коэффициенте упругого основания напряжения должны уменьшиться согласно формуле $\sigma_n = \frac{(q_n - \sigma_y) \cdot R}{h}$, где σ_y - напряжение упругого основания, рассчитываемый по формуле (3). При аналитическом расчете получаем $\sigma_n = 185 \text{Па}$, при численном - $\sigma_n = 185,19 \text{Па}$.

Таким образом, видно, что введение упругого основания оказывает существенное влияние на напряжения и перемещения оболочки. Однако сделанные выводы не позволяют определить, возможно ли с помощью упругого основания управлять гидродинамическим сопротивлением оболочки. Для ответа на этот вопрос был проведен расчет динамики оболочки вращения, меридиан которой представлен на рисунке 2.

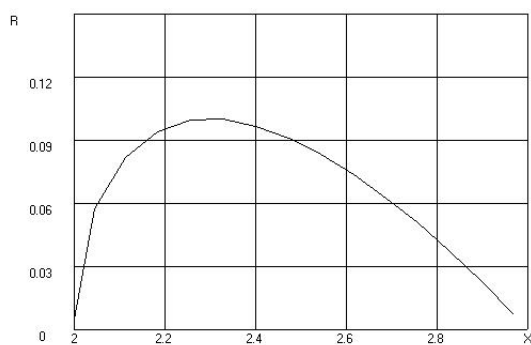


Рис. 2. Меридиан оболочки

Расчет проводился при заданной по нормали на передней кромке гармонической по времени возмущающей силе. Физико-механические параметры материала были взяты те же, что и для расчета статики. Расчет проводился в два этапа: с учетом упругого основания и для тонкой упругой оболочки без учета основания. Для случая с учетом упругого основания коэффициент упругости был взят равным 10Н/м . Сравнение расчета оболочки на упругом основании и тонкой упругой оболочки показано на рисунках 3а и 3б. Из рисунков видно, что перемещения оболочки на упругом основании в 50 раз больше перемещений оболочки без упругого основания при одинаковом времени расчета, при этом скорость бегущей волны не меняется. Этот результат достаточно неочевиден: увеличение жесткости конструкции привело к увеличению амплитуды прогибов.

На основе всего вышесказанного можно сделать вывод о существенном влиянии упругого основания на амплитуду бегущей волны, что дает возможность ставить и

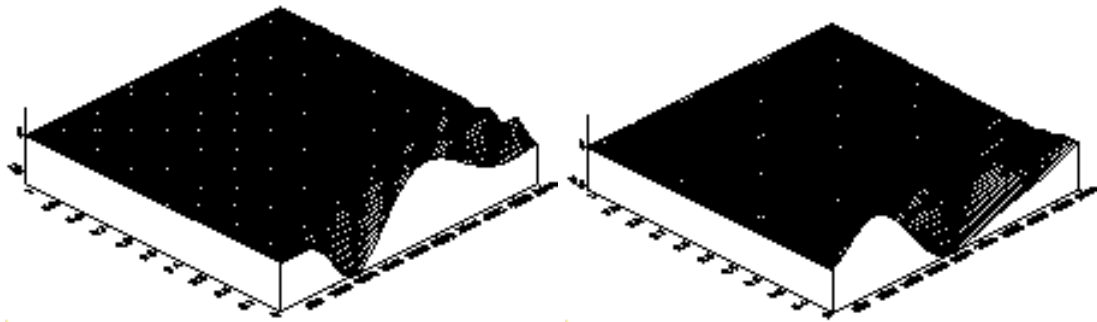


Рис. 3. Перемещения оболочки: а) на упругом основании, б) без учета упругого основания

решать задачу об использовании бегущей волны для снижения гидродинамического сопротивления.

Список литературы

- [1] Каледин В.О., Решетникова Е.В. Напряженно-деформированное состояние подкреплённых и составных ортотропных оболочек вращения // Вопросы оборонной техники. Серия 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. 2002. Вып. 1(129). С.5-14.
- [2] Шпакова Ю. В. Статическая прочность и колебания подкреплённых оболочек вращения из слоистых композиционных материалов: Автореф. ... канд. тех. наук. Томск, 2007. 16 с.