

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ - СТОКСА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ МЕТОДОМ КРУПНЫХ ВИХРЕЙ

А.А. ИСАХОВ, А.К. ХИКМЕТОВ

Казахский национальный университет имени аль-Фараби

e-mail: aliisahov@mail.ru, kivt@mail.ru

The paper presents a parallel implementation of the algorithm of numerical solution of the Navier-Stokes simulation of turbulence by large eddy simulation. For subgrid modeling was used dynamic Smagorinsky model. To solve the problem taking into account the above proposed model, we use the scheme of splitting by physical parameters. In the first phase is expected that the transfer of momentum is carried only by convection and diffusion. Intermediate velocity field is the method of fractional steps, using the sweep method. In the second stage, the found an intermediate velocity field, is the pressure field. Poisson equation for pressure field is solved by over-relaxation. In the third phase is assumed that transport occurs only due to pressure gradient. Parallelized algorithm for the problem on high-performance system, and explores different ways of geometric decomposition for the numerical solution of three-dimensional Poisson equation.

Введение

Проблема турбулентного движения в гидродинамике остается одной из фундаментальных проблем современной теоретической физики. Турбулентное движение чрезвычайно распространено в природе и технике. Знание характеристик турбулентности необходимо для расчетов движения газов и жидкостей в трубах и каналах, турбулентного перемешивания атмосферных потоков, перемешивания водных масс в океане, обтекание летательных аппаратов воздухом и другие. Турбулентный поток характеризуется хаотичностью движения, который приводит к случайному изменению во времени и в пространстве мгновенных значений скорости, давления, температуры и т.п. В изучении турбулентных потоков наиболее важной является проблема возникновения дополнительных сил хаотического движения. В данной работе рассматривается параллельная реализация численного метода решения трехмерных уравнений Навье-Стокса при моделировании турбулентных течений методом крупных вихрей. Метод моделирования крупных вихрей (LES) является компромиссным вариантом между прямым численным моделированием и решением осредненных уравнений Навье-Стокса. В методе крупных вихрей осуществляется решение отфильтрованных по пространству уравнений Навье-Стокса и разрешается движение только крупных вихрей. Метод основан на двух предположениях. Первое состоит в возможности разделении поля скорости на движение крупных и мелких

вихрей, причем движение крупных вихрей может быть рассчитано отдельно, что связано с достаточной изотропностью и универсальностью мелких масштабов турбулентного движения. Второе предположение - в возможности аппроксимации нелинейных взаимодействий между крупными и мелкими вихрями только по крупным вихрям с использованием подсеточных моделей. Таким образом, мелкомасштабное движение исключается из исходных уравнений Навье - Стокса с применением операции фильтрования и моделируется с использованием подсеточных моделей. Наиболее популярные и часто используемые функции фильтрования - Гаусса, Фурье, цилиндрическая. При расчетах с использованием метода конечных объемов фильтрование осуществляется естественным образом: в результате интегрирования дифференциальных уравнений, представляющих законы сохранения, по конечным объемам. Среди применяемых подсеточных моделей можно выделить модель Смагоринского, двухточечные замыкания, динамические модели, модели одного уравнения.

1. Математическая модель

В данной работе моделирование турбулентного течения осуществляется с использованием метода крупных вихрей. В турбулентном потоке образуются вихри различных масштабов, взаимодействующие и обменивающиеся энергией друг с другом, что обусловлено нелинейностью уравнений Навье-Стокса. Крупные вихри являются энергосодержащими, а мелкие вихри ответственны за процесс вязкой диссипации. При численном решении этих уравнений необходимо описывать весь спектр турбулентности, при этом разрешающая способность модели должна позволять описывать ответственные за диссипацию вихри. Рассматривается развитое пространственное турбулентное течение:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (i = 1, 2, 3). \quad (2)$$

В качестве модели турбулентности используется динамическая модель Смагоринского. Для применения динамической модели проводится двойное осреднение с длиной фильтра $\bar{\Delta} = 2\Delta$, тогда

$$\frac{\partial \overline{\bar{u}_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\bar{u}_j \bar{u}_i}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{\bar{p}}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \overline{\bar{u}_i}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j} - \frac{\partial (\overline{\bar{u}_j \bar{u}_i} - \overline{\bar{u}_j} \overline{\bar{u}_i})}{\partial x_j} \quad (3)$$

Уравнение (1), подвергнутое осреднению с двумя фильтрами длиной $\bar{\Delta}$ и Δ соответственно, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (4)$$

где $T_{ij} = \overline{\bar{u}_j \bar{u}_i} - \overline{\bar{u}_j} \overline{\bar{u}_i}$,

из (5) и (4) следует $T_{ij} = \overline{\tau_{ij}} + \overline{\bar{u}_j \bar{u}_i} - \overline{\bar{u}_j} \overline{\bar{u}_i}$,

тогда T_{ij} имеет следующий вид:

$$T_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}T_{kk} = -2(C_s\bar{\Delta})^2(2\overline{s_{ij}s_{ij}})^{1/2}\overline{s_{ij}},$$

а напряжения Леонарда имеют вид:

$$L_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}L_{kk} = -2(C_s)^2 \left[(\bar{\Delta})^2(2\overline{s_{ij}s_{ij}})^{1/2}\overline{s_{ij}} - (\Delta)^2(2s_{ij}s_{ij})^{1/2}s_{ij} \right] \quad (5)$$

Из (5) при использовании метода наименьших квадратов находится значение C_s в виде $C_s^2 = -\frac{1}{2}\frac{L_{ij}M_{ij}}{M_{ik}M_{ik}}$, где $M_{ij} = \left[(\bar{\Delta})^2(2\overline{s_{ij}s_{ij}})^{1/2}\overline{s_{ij}} - (\Delta)^2(2s_{ij}s_{ij})^{1/2}s_{ij} \right]$

Для нестационарного трехмерного уравнения движения, и неразрывности определены начальные и граничные условия удовлетворяющие уравнениям.

2. Численный алгоритм

Численное решение системы (1) – (2) проводится на разнесенной сетке с использованием схемы против потока второго типа и компактной аппроксимации для конвективного члена [1-5]. Для решения задачи с учетом выше предложенной модели турбулентности используется схема расщепления по физическим параметрам. На первом этапе предполагается, что перенос количества движения осуществляется только за счет конвекции и диффузии. Промежуточное поле скорости находится методом дробных шагов [6], при использовании метода прогонки. На втором этапе, по найденному промежуточному полю скорости, находится поле давления. Уравнение Пуассона для поля давления решается методом верхней релаксации. На третьем этапе предполагается, что перенос осуществляется только за счет градиента давления.

$$I) \frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\tau} = -(\nabla \mathbf{u}^n \mathbf{u}^* - \nu \Delta \mathbf{u}^*)$$

$$II) \Delta p = \frac{\nabla \mathbf{u}^*}{\tau}$$

$$III) \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*}{\tau} = -\nabla p.$$

Алгоритм задачи распараллелен на высокопроизводительной системе.

3. Методика распараллеливания

В качестве основного подхода распараллеливания выбрана геометрическая декомпозиция сеточной области. В рассматриваемом случае возможны три различных способа разделения значений сеточной функции по вычислительным узлам – одномерная или ленточная схема, двухмерное или блочное разбиение и трехмерное разбиение узлов вычислительной сетки. После этапа декомпозиции, когда производится разделение данных на блоки для построения параллельного алгоритма, переходим к этапу установления связей между блоками, вычисления в которых будут выполняться параллельно, – планированию коммуникаций. Из-за используемого шаблона явной разностной схемы для вычисления очередного приближения в приграничных узлах каждой подобласти необходимо знать значения сеточной функции с соседнего граничащего процессорного элемента. Для этого на каждом вычислительном узле

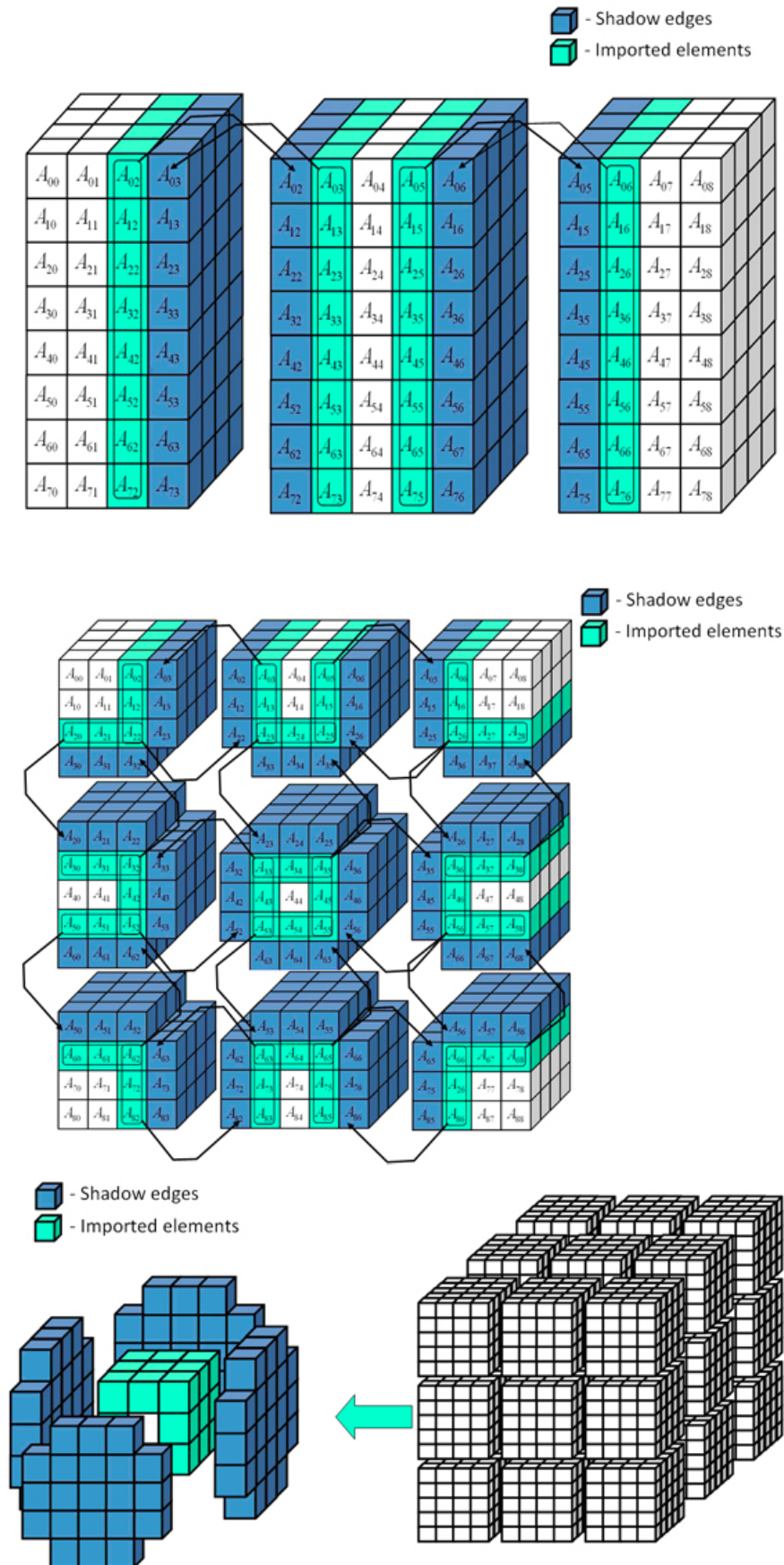


Рис. 1. Различные способы декомпозиции. Схема организации обменов для 1D, 2D и 3D декомпозиции.

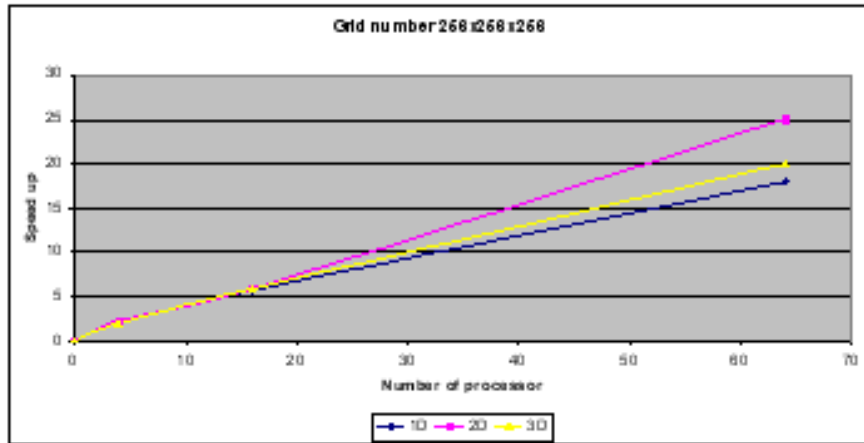


Рис. 2. График ускорения

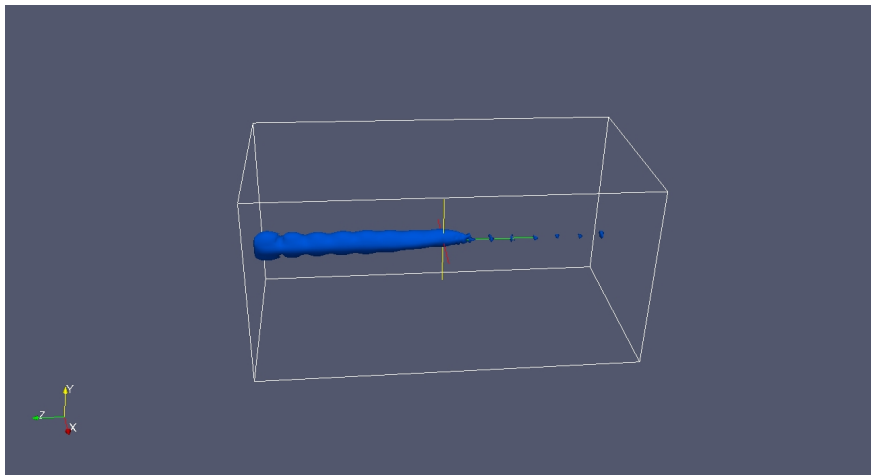


Рис. 3. Временная шкала изоповерхность распространения течения в трехмерной области.

создаются фиктивные ячейки для хранения данных с соседнего вычислительного узла и организуются пересылки этих граничных значений, необходимых для обеспечения однородности вычислений по явным формулам (рис. 1)

На рис. 2 представлен график ускорения параллельной программы, для различных способов декомпозиции. Здесь наилучшие показатели демонстрирует 2D декомпозиция, причем имеет место прирост ускорения. Незначительно ей уступает 3D декомпозиция, проблемы которой в масштабируемости параллельной программы связаны, главным образом, с большими, чем в 1D и 2D случаях, затратами на выборку, обработку и пересылку данных из оперативной памяти.

На рис. 3 представлены результаты моделирования турбулентного потока. В расчетах использовалась следующая сетка: $N_x \times N_y \times N_z = 80 \times 80 \times 160$.

4. Заключение

Результаты численных экспериментов показали, что построенная математическая модель турбулентности способна воспроизводить характерные особенности турбулентного потока. Использование модели Смагоринского позволило получить

хорошее согласование средних величин потока. Применение в расчетах 2D декомпозиции дает 65 % эффективности.

Для явных разностных методов решения уравнения Пуассона возможно применение одномерной, двумерной и трехмерной декомпозиции, однако результаты тестирования программ показали, что 3D декомпозиция не дает выигрыша во времени по сравнению с 2D декомпозицией.

Список литературы

- [1] ФЛЕТЧЕР, К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т.2. – М.: Мир, 1991. 552 с.
- [2] РОУЧ П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1972. 612 с.
- [3] ТОЛСТЫХ А.И. Компактные разностные схемы и их применение в задачах аэрогидродинамики. – М.: Наука, 1990. 230 с.
- [4] ПЕЙРЕ Р., ТЕЙЛОР Т. Вычислительные методы в задачах механики жидкости. – Л.: Гидрометеоздат, 1986. 352 с.
- [5] САМАРСКИЙ А. А., ГУЛИН А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. 432 с.
- [6] ЯНЕНКО Н.Н. Методы дробных шагов решения многомерных задач математической физике. – Н: Наука, 1967. 197 с.