



ЛЕВ ВАСИЛЬЕВИЧ ОВСЯННИКОВ
(К девяностолетию со дня рождения)

22 апреля 2009 года исполнилось 90 лет выдающемуся российскому ученому академику Льву Васильевичу Овсянникову. В его трудах развиты важные научные направления в механике жидкости и газа, введен ряд новых понятий, обогативших математический аппарат механики, создана научная школа, насчитывающая несколько поколений. Методы группового анализа дифференциальных уравнений, разработанные Л.В. Овсянниковым, востребованы специалистами по механике и физике сплошной среды во всем мире. Неоценима его роль в развитии академической науки в Сибири и в создании Новосибирского государственного университета.

Л.В.Овсянников родился в приволжском городке Васильсурске. Его отец, Василий Захарович, работал землемером, а мать, Татьяна Васильевна, – учительницей. Вскоре семья переезжает в Москву. Интерес к науке привел Льва Васильевича в математический кружок при Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова (МГУ). Одна из предлагавшихся там задач звучала так: построить проекцию четырехмерного куба на трехмерную плоскость, проходящую через центр куба и перпендикулярную его главной диагонали. Он решил эту задачу и изготовил макет искомого тела, по-

верхность которого имеет самопересечения. Здесь проявилась замечательная геометрическая интуиция Льва Васильевича, пронизывающая все его научное творчество.

В 1937 г. Л.В. Овсянников поступает на механико-математический факультет МГУ. В те же годы там обучались будущие выдающиеся ученые К.И. Бабенко, И.И. Ворович, Н.Н. Моисеев, А.Д. Мышкис. Отношения дружбы, которые сложились с ними у Льва Васильевича, сохранились на долгие годы. Надо сказать, что уровень преподавания математики и механики в МГУ предвоенных лет был чрезвычайно высок. Так, Лев Васильевич и его сверстники были в числе первых слушателей курса “Уравнения математической физики”, который читал С.Л.Соболев и который лег в основу его знаменитого учебника. Научным руководителем Льва Васильевича был крупный специалист в области теории функций Д.Е. Меньшов.

Учебу Льва Васильевича прерывает война. Она унесла жизнь его отца, участника народного ополчения. Летом 1941 г. Лев Васильевич работает на строительстве оборонительных сооружений под Москвой. Той же осенью он оканчивает университет и направляется слушателем Ленинградской военно-воздушной инженерной Академии им. А.Ф. Можайского (ЛВВИА). С мая по сентябрь 1944 г. Лев Васильевич участвует в боевых действиях Ленинградского фронта. Производственная практика будущего авиационного инженера проходила на фронтовых аэродромах.

После окончания ЛВВИА в 1945 г. Лев Васильевич становится ее адъюнктом. Его научные интересы перемещаются в область газовой динамики, которая в послевоенные годы получила мощный импульс в связи с созданием сверхзвуковой авиации. В 1949 г. он защищает кандидатскую диссертацию “Исследование газовых течений с прямой линией перехода”. Его научным консультантом был С.В. Фалькович. В те же годы Лев Васильевич знакомится с С.А. Христиановичем, Ф.И. Франклем, С.В. Валландером – учеными, трудами которых Советский Союз занял лидирующие позиции в исследовании газодинамических проблем.

В 1949–1953 гг. Л.В. Овсянников преподает в Ленинградской военно-воздушной инженерной академии им. А.Ф. Можайского и по совместительству – в Ленинградском государственном университете (ЛГУ). Среди его слушателей в ЛГУ были будущие академики Г.И. Марчук, А.С. Алексеев и Е.И. Шемякин. В 1953–1956 гг. Лев Васильевич работает в научно-исследовательском коллективе, руководимом академиком М.А. Лаврентьевым, над созданием ядерного заряда для артиллерийского снаряда. О работе этого коллектива подробно рассказано в статье В.М. Титова и А.П. Чупахина, посвященной 80-летию со дня рождения Л.В. Овсянникова и опубликованной в журнале ПММ (1999. Т. 63. Вып. 3).

В 1956–1959 гг. Л.В. Овсянников – доцент Московского физико-технического института, где, помимо преподавания общематематических дисциплин, он организует студенческий семинар по изучению теории групп Ли и ее приложений к дифференциальным уравнениям. Кроме того, он разрабатывает оригинальный курс газовой динамики и читает его студентам кафедры М.А. Лаврентьева. Выпускники этой кафедры были первыми сотрудниками Института гидродинамики СО АН СССР, куда Лев Васильевич перешел на работу в 1959 г. по приглашению М.А. Лаврентьева и стал одним из ближайших его соратников.

Работа Л.В. Овсянникова в Институте гидродинамики началась в должности старшего научного сотрудника теоретического отдела, руководимого академиком И.Н. Векуа. В 1961 г. Лев Васильевич защищает докторскую диссертацию “Групповые свойства дифференциальных уравнений”. В том же году назначается заведующим теоретическим отделом, научное руководство которым осуществляет по настоящее время. В 1970–1975 гг. работает заместителем директора, а в 1976 г. избирается на должность директора Института гидродинамики и руководит им в течение 11 лет. В 1964 г. избирается членом-корреспондентом, а в 1987 г. – действительным членом АН СССР.

Отметим, что руководство Институтом не прервало активной научной работы Льва Васильевича. Именно в эти годы выходят его знаменитые книги “Групповой анализ дифференциальных уравнений” (1978 г.) и “Лекции по основам газовой дина-

мики” (1981 г.). Первая из них переведена на английский язык и опубликована в издательстве “Academic Press” (1982 г.), а вторая в существенно дополненном варианте переиздана в 2003 г.

В тот же период Л.В. Овсянников организует неформальный коллектив ученых – математиков, механиков и физиков – для изучения волновых движений однородной и стратифицированной жидкости. Итог его работы – издание под редакцией Л.В. Овсянникова коллективной монографии “Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн” (Новосибирск, Наука, 1985). Эта монография была удостоена 1-й премии на конкурсе фундаментальных работ СО АН СССР в 1987 г.

Когда в 1959 г. открылся Новосибирский государственный университет (НГУ), Л.В. Овсянников стал одним из первых его преподавателей. Он читал основные курсы алгебры, дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, газовой динамики, поставил на современном уровне курс “Введение в механику сплошной среды”. В 1966–1989 гг. Лев Васильевич заведовал кафедрой гидродинамики, а в 1967–1970 гг. был деканом механико-математического факультета НГУ и возглавил работу по созданию учебных программ отделения “Инженерная математика”. Будучи страстным поборником физтеховской системы обучения, Лев Васильевич внедрял ее принципы в своей работе в НГУ, который за короткое время превратился в один из ведущих российских университетов.

Л.В. Овсянников разработал и прочел курс математики для учащихся первой в СССР Новосибирской физико-математической школы. Отметим, что интерес к школьной математике возник у него еще раньше, когда вместе с В.Б. Лидским, А.Н. Тулайковым и М.И. Шабуниним он написал бестселлер “Задачи по элементарной математике”. Этот задачник, впервые опубликованный в 1960 г., выдержал семь изданий.

Отличительной особенностью Льва Васильевича как педагога является стремление довести читаемые ими курсы лекций до публикаций. Итог этой кропотливой работы – изданные в НГУ учебные пособия “Лекции по теории групповых свойств дифференциальных уравнений” (1966 г.), “Лекции по основам газовой динамики” (1967 г.), “Групповые свойства уравнений газовой динамики” (1968 г.), “Аналитические группы. Введение в теорию непрерывных групп преобразований” (1972 г.), “Введение в механику сплошных сред” (ч. 1, 1976 г.; ч. 2, 1977 г.), “Волновые движения сплошных сред” (1985 г.).

Л.В. Овсянников – создатель и руководитель крупной научной школы. Среди его прямых учеников – 4 члена-корреспондента РАН, 10 докторов и 12 кандидатов наук, а в числе его “научных внуков” – 18 докторов и десятки кандидатов наук. Многие ученые, слушавшие лекции Л.В. Овсянникова, работавшие в руководимых им семинарах, учившиеся на его статьях, монографиях и учебниках, по праву могут быть причислены к его школе, перешагнувшей границы России.

Научно-организационная деятельность Л.В. Овсянникова широка и многообразна. Он много лет был членом Президиума и заместителем председателя Объединенного ученого совета по математике и механике АН СССР, членом Бюро Отделения проблем машиностроения, механики и процессов управления АН СССР, председателем и членом ряда докторских диссертационных советов, председателем Библиотечного совета Сибирского отделения АН.

Вспоминается 1963 год – Сибирскому отделению АН СССР уже шесть лет, а его столица Новосибирск – до сих пор город, закрытый для иностранцев. М.А. Лаврентьев приложил огромные усилия, чтобы ликвидировать это несоответствие. Первыми зарубежными гостями Новосибирска стали 23 участника Советско-американского симпозиума по дифференциальным уравнениям с частными производными. США представляли такие выдающиеся ученые, как Р. Курант, К.О. Фридрихс, Л. Альфорс, П. Лакс, И. Зингер. Симпозиум прошел на высочайшем уровне, в чем заслуга председателя Оргкомитета И.Н. Векуа и его заместителя Л.В. Овсянникова.

Более сорока лет назад в Новосибирске прошла 1-я сессия Всесоюзного семинара по аналитическим методам в газовой динамике, организованная Л.В. Овсянниковым вместе с Н.Н. Яненко, Б.Л. Рождественским и А.Ф. Сидоровым. Эти семинары оказали

важное влияние на развитие теоретической газовой динамики в нашей стране. Сотни молодых участников семинаров прошли школу Л.В. Овсянникова – бессменного руководителя этих семинаров, последний из которых (21-й по счету) состоялся в 2006 г.

Исследования групповых свойств дифференциальных уравнений, начатые Л.В. Овсянниковым и продолженные его учениками, привели к тому, что Новосибирск стал центром притяжения для специалистов в данной области знаний, переживающей второе рождение после основополагающих работ С. Ли второй половины 19-го столетия. Подтверждением этого явилось проведение здесь в 1978 г. крупного международного симпозиума “Теоретико-групповые методы в механике”. Чтобы оценить научный уровень симпозиума, достаточно назвать нескольких его выдающихся участников: Л. Гординг, О.А. Ладыженская, А. Лихнерович, Л.И. Седов.

В 1982 г. по инициативе Л.В. Овсянникова и В.М. Титова были проведены 1-е Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике. Этот научный форум с участием ведущих отечественных и зарубежных специалистов стал традиционным. В 2005 г. состоялись 6-е Лаврентьевские чтения, и во всех них Лев Васильевич был председателем Программного комитета.

Л.В. Овсянников ведет активную редакционно-издательскую работу. Он был главным редактором “Журнала прикладной механики и технической физики” (1965–1987 гг.), входил в состав редколлегии журнала “Физика горения и взрыва”, редактировал переводы известных монографий К. Гудерля “Теория околзвуковых течений” и Дж. Серрина “Математические основы классической механики жидкости”, выполнил огромную работу по редактированию и изданию избранных трудов М.А. Лаврентьева по математике и механике, является старейшим членом редколлегии журнала “Прикладная математика и механика”.

Список научных публикаций академика Овсянникова насчитывает более 140 наименований. Подробное описание его научных результатов, полученных до 1999 года, содержится в статьях, опубликованных в журналах ПММ, ПМТФ, “Известия РАН. Механика жидкости и газа” к его предстоящим юбилейным датам. Здесь хотелось бы выделить наиболее крупные научные достижения Льва Васильевича, а также остановиться на его результатах, полученных в последнее десятилетие.

Первый крупный цикл работ относится к газовой динамике. Впервые обнаружены и исследованы особенности, которыми обладает течение на прямой линии перехода, и разработан метод расчета таких течений. Возникшее здесь уравнение $\Delta u = u^2$ оказалось модельным для широкого класса квазилинейных уравнений. Изучение нетривиальных свойств решений этого уравнения учеником Льва Васильевича С.И. Похожаевым стимулировало создание последним целого научного направления. Решение задачи об истечении дозвуковой струи с критической скоростью на границе привело Л.В. Овсянникова к математическому открытию: оказалось, что выравнивание потока происходит на конечном расстоянии от отверстия. Этот результат лег первым камнем в основание теории локализации решений вырождающихся нелинейных дифференциальных уравнений, которая активно развивается в России и за рубежом. Существенным вкладом в развитие математического аппарата газовой динамики явилось исследование обобщенных решений уравнений Эйлера – Дарбу. Л.В. Овсянников предложил метод построения полной системы частных решений этого уравнения, что позволило обосновать численный метод решения задач трансзвуковой газовой динамики, в частности, задачи обтекания клина звуковым потоком.

Задачи газовой динамики остаются в поле зрения Л.В. Овсянникова на протяжении всей его научной деятельности. Он вовлекает в исследование этих задач своих учеников, ставя перед ними крупные научные проблемы. Одна из них – задача о распаде произвольного разрыва на криволинейной поверхности (многомерное обобщение классической задачи Римана) – была решена учеником Льва Васильевича В.М. Тешуковым. Из последних работ Л.В. Овсянникова в области газовой динамики отметим статьи в ПМТФ (2000 г.) и в ПММ (2001 г.). Как известно, для решений уравнений газовой дина-

мики характерно образование особенностей за конечное время, даже если начальные данные были сколь угодно гладкими. Тем более неожиданными оказались найденные Львом Васильевичем семейства периодических по времени решений указанных уравнений. Построенные им решения – двумерные. Существуют ли трехмерные периодические движения газа? Вопрос, поставленный Л.В. Овсянниковым, ждет ответа.

В процессе исследования задач газовой динамики Льву Васильевичу приходилось иметь дело с их точными решениями. К середине прошлого века накопилось большое число таких решений, однако систематического подхода к их получению не существовало. Изучая давние работы С. Ли, Лев Васильевич нашел в них ключ к решению волнующего его вопроса. Начиная с 1958 г., появляются публикации Л.В. Овсянникова, приведшие к созданию новой теории – групповой анализ дифференциальных уравнений. Область применения результатов этой теории не ограничивается газовой динамикой, а охватывает широкий спектр математических моделей механики и физики сплошных сред. Причина состоит в том, что дифференциальные уравнения этих моделей базируются на фундаментальных свойствах симметрии пространства – времени и движущейся в нем среды.

Развитая Л.В. Овсянниковым теория находит приложения не только в механике и физике, но и в других областях знаний. Так, ученик Льва Васильевича Н.Х. Ибрагимов на ее основе исследовал групповые свойства пространств, снабженных римановой метрикой. Он же получил обобщение знаменитой теоремы Нётер о законах сохранения для уравнений Эйлера–Лагранжа вариационного исчисления. Другой его ученик Ю.Н. Павловский на базе теоретико-групповых методов создал теорию иерархических систем управления.

Крупнейшее достижение новой теории – введенное Л.В. Овсянниковым понятие частично инвариантного решения системы дифференциальных уравнений. Пусть система уравнений допускает локальную группу Ли. Если некоторое решение этой системы не меняется под действием любого преобразования указанной группы, то оно называется инвариантным решением. Примеры инвариантных решений хорошо известны: движения сплошной среды с плоскими, цилиндрическими и сферическими волнами. Алгоритм отыскания инвариантных решений давно разработан. Но может случиться, что исходное решение не инвариантно, однако его орбита под действием преобразований данной группы заполняет инвариантное многообразие в пространстве независимых переменных и искомых функций. Такое решение называется частично инвариантным, поскольку инвариантна в нем лишь часть искомых функций. Для классификации частично инвариантных решений Л.В. Овсянников ввел две целочисленные характеристики – дефект (число неинвариантных искомых функций) и ранг (число независимых переменных в системе для инвариантной части искомых функций). Инвариантные решения имеют нулевой дефект.

Оказалось, что двойные волны в газовой динамике и функционально-инвариантные решения Смирнова–Соболева являются частично инвариантными решениями соответствующих систем уравнений. Это стимулировало развитие теории частичной инвариантности, что привело к построению новых классов точных решений уравнений Навье–Стокса, газовой динамики, магнитной гидродинамики, теории упругости, теории пластичности и других моделей, которые невозможно получить на основе интуитивных соображений. Построение частично инвариантных решений – нетривиальная задача. Ее решение потребовало создания специального алгоритма, который был разработан Л.В. Овсянниковым.

Обилие полученных решений потребовало наведения порядка в их множестве. Естественно не считать существенно различными те решения, которые переводятся одно в другое обратимой заменой переменных. Так возникает алгебраическая задача построения оптимальной совокупности представителей классов подобных подалгебр максимальной алгебры Ли инвариантности исходной модели. Эта задача была “вручную” решена самим Львом Васильевичем для алгебры инвариантности уравнений газовой динамики с общим уравнением состояния. Задача построения оптимальных систем в случае политропного газа (такие системы насчитывают тысячи представителей) была решена

учениками Льва Васильевича с применением средств компьютерной алгебры. Эти работы велись в рамках масштабной программы ПОДМОДЕЛИ, которая выполняется под руководством Л.В. Овсянникова в течение более 15 лет (см. статью в ПММ (1999 г.)).

Третий цикл исследований Л.В. Овсянникова охватывает задачи гидродинамики со свободной границей. Задача о неустановившихся волнах на поверхности идеальной несжимаемой жидкости была сформулирована Коши и Пуассоном в 30-х годах 19-го столетия. С тех пор было построено много ее приближенных решений, но вопрос о разрешимости задачи в точной постановке оставался открытым. Не менее сложной является задача о движении изолированного жидкого объема. Ее решение может служить хорошим приближением для описания движения сплошной среды под действием импульсных нагрузок, когда силы инерции доминируют над вязкими и прочностными силами.

К середине 60-х годов прошлого века отсутствовал математический аппарат для анализа указанных задач, и Лев Васильевич начал его создавать. Неустойчивость Релея–Тейлора, присущая подобным задачам, оставляла мало шансов на их разрешимость в классах функций конечной гладкости, а аналогов теоремы Коши–Ковалевской, дающей существование аналитических решений, просто не существовало. Замечательная интуиция привела Льва Васильевича к отысканию аналитического решения задачи Коши–Пуассона в шкале банаховых пространств. Теорема Л.В. Овсянникова о разрешимости нелинейной нелокальной задачи Коши опиралась на введенное им понятие квазидифференциального оператора в шкале банаховых пространств. Она вызвала широкий международный резонанс и привела к появлению ряда работ, развивавших открытое Львом Васильевичем направление.

Л.В. Овсянниковым найден класс точных решений задачи о движении конечной массы жидкости. Ему принадлежат доказательства разрешимости плоского аналога этой задачи, первые результаты исследования задачи об устойчивости неустановившихся движений со свободной поверхностью общего вида. Изучая движения двухслойной жидкости, он предсказал существование волны типа сглаженной ступеньки (бора), которая вскоре была воспроизведена экспериментально.

В механике сплошной среды нередки ситуации, когда точная модель явления заменяется приближенной, и дальше упрощенная модель живет собственной жизнью, забыв о своем происхождении. Так обстояло дело с классической задачей Коши–Пуассона, которая породила линейную теорию волн на воде и теорию мелкой воды. Л.В. Овсянников предложил методологию обоснования приближенных моделей в теории поверхностных волн и обосновал обе популярных приближенных теории в классах аналитических функций. Его ученик В.И. Налимов дал обоснование этих теорий в классах функций конечной гладкости, а другой ученик Льва Васильевича Н.И. Макаренко обосновал ряд моделей второго приближения в теории длинных волн.

Заслуги Л.В. Овсянникова перед государством и отечественной наукой получили высокую оценку. Он награжден орденом Октябрьской Революции, двумя орденами Трудового Красного Знамени, орденом “За заслуги перед Отечеством” 4-й степени и девятью медалями, в том числе “За победу над Германией” и “За боевые заслуги”. Ему присуждена Ленинская премия и Государственная премия СССР, Золотая медаль с премией им. М.А. Лаврентьева АН СССР, Премия им. М.А. Лаврентьева фонда М.А. Лаврентьева, Премия им. Л.И. Седова Российского национального комитета по теоретической и прикладной механике с нагрудной медалью. В 2007 г. за большой вклад в становление академической науки в Сибири, подготовку научных кадров и в связи с 50-летием СО РАН ему объявлена благодарность Президента Российской Федерации.

Девяностолетие академика Л.В. Овсянникова – праздник для всех, кто имел счастье общения с ним. Многочисленные ученики и коллеги Льва Васильевича, редколлегия и редакция журнала сердечно поздравляют его с этим праздником.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ ТРУДОВ Л.В. ОВСЯННИКОВА¹**1949**

О скачках уплотнения на поверхности профиля при дозвуковом закритическом обтекании // Тр. ЛКВВИА им. А.Ф. Можайского. Вып. 27. С. 53–54.

Об одном газовом течении с прямой линией перехода // ПММ. Т. 13. Вып. 5. С. 537–542.

1950

Исследование газовых течений с прямой звуковой линией // Тр. ЛКВВИА им. А.Ф. Можайского. Вып. 33. С. 3–24.

О движении клиновидного профиля со скоростью звука // Там же. С. 25–51.

1952

Уравнения околосзвукового движения газа // Вести. ЛГУ. Сер. Мат., физ. и хим. № 6. С. 47–54.

1953

О задаче Трикоми в одном классе обобщенных решений уравнения Эйлера–Дарбу // Докл. АН СССР. Т. 91. № 3. С. 457–460.

1955

О линеаризации уравнений с частными производными второго порядка // Докл. АН СССР. Т. 102. № 2. С. 219–221.

1956

Общее решение уравнений ренормализационной группы // Докл. АН СССР. Т. 109. № 6. С. 1112–1114.

Новое решение уравнений гидродинамики // Докл. АН СССР. Т. 111. № 1. С. 47–49.

1958

Группы и инвариантно-групповые решения дифференциальных уравнений // Докл. АН СССР. Т. 118. № 3. С. 439–442.

1959

Групповые свойства уравнения нелинейной теплопроводности // Докл. АН СССР. Т. 125. № 3. С. 492–495.

Рец.: Гудерлей К. Г. Теория околосзвуковых течений // Новые книги за рубежом. Сер. А. № 8. С. 25–26.

1960

Об отыскании группы линейного дифференциального уравнения второго порядка // Докл. АН СССР. Т. 132. № 1. С. 44–47.

¹ В список не включены статьи Л.В. Овсянникова публицистического, научно-популярного характера и т.д.

Задачи по элементарной математике. М.: Физматгиз. 463 с. (Совм. с В.Б. Лидским, А.Н. Тулайковым, М.И. Шабуниним).

Групповые свойства некоторых дифференциальных уравнений механики // Всесоюз. съезд по теорет. и прикл. механике. Москва, 1960. Аннот. докл. М. С. 98.

Групповые свойства уравнения С.А. Чаплыгина // ПМТФ. № 3. С. 126–145.

Замечание о вычислении следа неотрицательного вполне непрерывного оператора // Сиб. мат. журн. Т. 1. № 2. С. 242–247.

Ред. Гудерлей К.Г. Теория околосзвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит. 421 с.

Предисловие редактора // Там же. С. 5–6.

1961

Перев.: Берс Л. Математические вопросы дозвуковой и околосзвуковой газовой динамики. М.: Изд-во иностр. лит. 208 с.

1962

Задачи по элементарной математике. Изд. 2-е. М.: Физматгиз. 463 с. (Совм. с В.Б. Лидским, А.Н. Тулайковым, М.И. Шабуниним).

Применение теории групп Ли к некоторым уравнениям с частными производными // Short Commun Intern. Congr. of Mathematicians. Stockholm: ICM. P. 103–104.

Групповые свойства дифференциальных уравнений. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР. 238 с.

Ред. Мартенсен Е., фон Зенгбуш Р. Расчет околосзвуковой части плоских и осесимметричных сопел с криволинейной линией перехода / Новосибирск: Изд-во СО АН СССР. 148 с.

О сходимости ряда Мейера для осесимметричного сопла. Там же. С. 41–43.

1963

Задачи по элементарной математике. Изд. 3-е. М.: Физматгиз. 463 с. (Совм. с В.Б. Лидским, А.Н. Тулайковым, М.И. Шабуниним).

О бесконечных группах отображений, задаваемых дифференциальными уравнениями // Докл. АН СССР. Т. 148. № 1. С. 36–39.

Советско-американский симпозиум математиков в Новосибирске // Вестн. АН СССР. № 11. С. 93–96. (Совм. с Т.И. Зеленьком).

Математические основы классической механики жидкости / Ред. перев.: Серрин Дж. М.: Изд-во иностр. лит. 256 с.

1964

Советско-американский симпозиум по дифференциальным уравнениям с частными производными (Новосибирск, 1963 г.) // Успехи мат. наук. Т. 19. № 2. С. 241–250 (Совм. с И.И. Данилюком).

Group properties of the hydrodynamics equations // Atti Convegno Lagrangiano (Torino, 1963). Torino: Atti Accad. Sci. V. 98. P. 357–362.

Partly invariant solutions of the equations, admitting a group // 11th Intern. Congr. on Appl. Mechanics, München. Abstrs. S. 1., s. a. P. 55.

Инвариантно-групповые решения уравнений гидродинамики // 2-й Всесоюз. съезд по теорет. и прикл. механике, Москва, 1964: Аннот. докл. М.: Изд-во АН СССР. С. 163–164.

1965

Задачи по элементарной математике // Изд. 4-е. М.: Физматгиз. 416 с. (Совм. с В.Б. Лидским, А.Н. Тулайковым, М.И. Шабуниним).

Об одном классе неустановившихся движений несжимаемой жидкости // Тр. 5-й сессии Учен. совета по народнохоз. использованию взрыва. Фрунзе: Илим. С. 34–42.

Инвариантно-групповые решения уравнений гидродинамики // Тр. 2-го Всесоюз. съезда по теорет. и прикл. механике. Москва, 1964. М.: Наука. Вып. 2. С. 302–305.

Сингулярный оператор в шкале банаховых пространств // Докл. АН СССР. Т. 163. № 4. С. 819–822.

1966

Лекции по теории групповых свойств дифференциальных уравнений. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та. 131 с.

К теории нелокальной задачи Коши // Междунар. конгр. математиков. Москва, 1966: Тез. крат. науч. сообщ. Секц. 7. М. С. 48.

Partly invariant solutions of the equations admitting a group // Applied Mechanics: Proc. 11th Intern. Congr. Munich, 1964. Berlin etc.: Springer, P. 868–870.

1967

Задачи по элементарной математике / Изд. 5-е. М.: Наука. 416 с. (Совм. с В.Б. Лидским, А.Н. Тулайковым, М.И. Шабуниним).

Уравнения динамической конвекции моря. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР. 45 с.

Лекции по основам газовой динамики. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та. 233 с.

Предисловие // Задача о неустановившемся движении жидкости со свободной границей: Сб. работ теор. отд. Новосибирск: Наука. С. 3–4.

Общие уравнения и примеры // Там же. С. 5–75.

О “прямой” задаче расчета сопла Лавала: Выступл. на теор. семинаре Ин-та гидродинамики СО АН СССР // Изв. АН СССР. МЖГ. № 3. С. 184.

About motion of a finite mass of liquid // Fluid Dynamics Trans. W-wa: PWN. V. 3. P. 75–81.

Ред.: Ибрагимов Н.Х. Групповые свойства некоторых дифференциальных уравнений. Новосибирск: Наука. 59 с.

Задача о неустановившемся движении жидкости со свободной границей. Новосибирск: Наука. 107 с.

1968

Групповые свойства уравнений газовой динамики. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та. 56 с.

Об одном аналитическом свойстве уравнений газовой динамики и связанной с ним теореме о звуковой плоскости // 3-й Всесоюз. съезд по теорет. и прикл. механике. Москва, 1968. Аннот. докл. М.: Наука. С. 233.

О возмущениях неустановившегося движения несжимаемой жидкости со свободной границей. Выступл. на теор. семинаре Ин-та гидродинамики СО АН СССР // Изв. АН СССР. МЖГ. № 3. С. 199.

Задачи по элементарной математике. Изд. 5-е. М.: Наука. 416 с. (Совм. с В.Б. Лидским, А.Н. Тулайковым, М.И. Шабуниним).

Групповые свойства уравнений газовой динамики // Первая Сибирская конференция по аэрогазодинамике: Аннот. докл. Новосибирск: Наука. С. 10.

Групповое расслоение уравнений пограничного слоя // Динамика сплошной среды. Сб. науч. тр. / Ин-т гидродинамики СО АН СССР. Вып. 1. С. 24–35.

Частичная инвариантность // Докл. АН СССР. Т. 186. № 1. С. 22–25.

Nonstationary motions of incompressible fluid with free surfaces // Applied mechanics: Proc. 12th Intern. Congr. on Appl. Mech. Stanford, 1968. Berlin etc.: Springer. P. 148.

On the disturbances of an unsteady motion of liquid with free boundary // Fluid Dynamics Trans. W-wa: PWN. V. 4. P. 105–113.

1969

Задачи по элементарной математике / Изд. 6-е. М.: Наука. 416 с. (Совм. с В.Б. Лидским, А.Н. Тулайковым, М.И. Шабуниним).

1970

О всплывании пузыря // Некоторые проблемы математики и механики. Л.: Наука. С. 209–222.

1971

Одномерная газодинамическая модель. Новосибирск. Ин-т гидродинамики СО АН СССР. 22 с.

Групповое свойство определяющих уравнений // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / Ин-т гидродинамики СО АН СССР. Вып. 7. С. 5–11.

Плоская задача о неустановившемся движении несжимаемой жидкости со свободной границей // Там же. Вып. 8. С. 22–26.

Нелинейная задача Коши в шкале банаховых пространств // Докл. АН СССР. Т. 200. № 4. С. 789–792.

Non-local Cauchy problems in fluid dynamics // Actes du Congr. Intern. des Mathematiciens, Nice, France, 1970. P.: Gauthier-Villars. V. 3. P. 137–142.

1972

Аналитические группы. Введение в теорию бесконечных непрерывных групп преобразований: Лекции. Новосибирск.: Изд-во Новосиб. ун-та. 237 с.

Нелокальные задачи Коши в гидродинамике // Междунар. конгр. математиков в Ницце, 1970: Докл. сов. математиков. М.: Наука. С. 225–230.

Групповые свойства уравнений механики // Механика сплошной среды и родственные проблемы анализа. М.: Наука. С. 381–393.

Об одном случае неустановившегося движения жидкости со свободной границей // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. // Ин-т гидродинамики СО АН СССР. Вып. 12. С. 124–130.

Приближенный метод пересчета закона распространения одномерных ударных волн // ПМТФ. № 1. С. 55–57.

1973

Задачи по элементарной математике. Изд. 7-е, испр. и доп. М.: Наука. 415 с. (Совм. с В.Б. Лидским, А.Н. Тулайковым, М.И. Шабуниним).

К обоснованию теории мелкой воды // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / Ин-т гидродинамики СО АН СССР. Вып. 15. С. 104–125.

1974

Сборник задач по гидродинамике. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та. 45 с. (Совместно с В.В. Пухначёвым, Д.Н. Гореловым, В.М. Меньшиковым, В.М. Тешуковым).

Задачи Коши в шкале банаховых пространств аналитических функций // Тр. симпоз. по механике сплошной среды и родственным проблемам анализа. Тбилиси, 1971. Тбилиси: Мецниереба. Т. 2. С. 219–229.

Некоторые задачи, возникающие в групповом анализе дифференциальных уравнений // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / Ин-т гидродинамики СО АН СССР. Вып. 18. С. 211–238.

To the shallow water theory foundation // Arch. mech. V. 26. № 3. P. 407–422.

1975

Групповой анализ дифференциальных уравнений механики // Итоги науки и техники. Сер. Общая механика. М.: ВИНТИ. Т. 2. С. 5–52 (Совм. с Н.Х. Ибрагимовым).

О дифференциальных инвариантах локальной группы Ли преобразований // Докл. АН СССР. Т. 222. № 6. С. 1291–1294.

Математические основы механики и термодинамики. Рец. на кн.: Noll W. The Foundations of Mechanics and Thermodynamics. Berlin etc.: Springer, 1974. 324 p. // Успехи физ. наук. Т. 117. № 2. С. 387–388.

1976

Введение в механику сплошных сред. Учеб. пособие. Новосибирск: Изд-во Новосибир. ун-та. 4.1. Общее введение. 75 с.

Задача Коши–Пуассона на сфере // Вест. ЛГУ. Математика. Механика. № 13. Вып. 3. С. 146–153.

Cauchy problem in a scale of Banach spaces and its application to the shallow water theory justification // Lecture Notes in Mathematics. Berlin, etc.: Springer. V. 503. P. 426–437.

Group properties of differential equations // Mathematical and Numerical Methods in Fluid Dynamics. Vienna. P. 41–79.

Nonlinear and non-local Cauchy problem in hydrodynamics // Там же. P 167–176.

Investigations on the Cauchy – Poissons problems // Theoret. and Appl. Mech 14th IUTAM Congr., Delft, 1976: Abstrs. Amsterdam etc.: P. 86–87.

The theorem of a flat sonic surface // Sympos. Transonicum II, Gettingen, 1975, Berlin etc.: Springer. P. 165–173.

1977

Введение в механику сплошных сред. Учеб. пособие. Новосибирск: Изд-во Новосибир. ун-та. 4.2. Классические модели механики сплошных сред. 69 с.

Слово о гидродинамике // Динамика сплошной среды. Сб. науч. тр. / Ин-т гидродинамики СО АН СССР. Вып. 30. С. 5–6.

1978

Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука. 399 с.

О канонической структуре бесконечных групп Ли // Теоретико-групповые методы в механике. Тр. Междунар. симпоз. Новосибирск. С. 188–201.

Обоснование теории мелкой воды // Тр. всесоюз. конф. по уравнениям с частными производными, посвящ. 75-летию со дня рожд. акад. Н.Г. Петровского. 1976. М.: Изд-во МГУ. С. 185–188.

Ред.: Теоретико-групповые методы в механике: Тр. Междунар. симпоз. Новосибирск. 291 с. (Совм. с Н.Х. Ибрагимовым).

1979

Модели двухслойной “мелкой воды” // ПМТФ. № 2. С. 3–14.

1980

Абстрактная форма теоремы Коши–Ковалевской и ее приложения // Дифференциальные уравнения с частными производными. Новосибирск: Наука. С. 88–94.

1981

Лекции по основам газовой динамики: Учеб. пособие. М.: Наука. 368 с.

1982

Group Analysis of Differential Equations. New York etc.: Acad. Press. 416 p.

Квазидифференциальный оператор в задаче Коши–Пуассона // Всесоюз. конф. “Лаврентьевские чтения по математике, механике, физике”. Тез. докл. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР. С. 21–23.

1983

Параметры кноидальных волн // Проблемы математики и механики: Сб. науч. тр., посвящ. памяти акад. М.А. Лаврентьева. Новосибирск: Наука. С. 150–166.

1985

Волновые движения сплошных сред. Метод. разработка. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та. 44 с.

К теории нелинейных волн // 2-я Всесоюз. конф. “Лаврентьевские чтения по математике, механике, физике”. Тез. докл. Киев: Ин-т математики АН УССР. С. 94.

Лагранжевы приближения в теории волн // Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн. Новосибирск: Наука, С. 10–77.

Ред.: Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн: Новосибирск: Наука. 318 с. (Совм. с В.Н. Монаховым).

Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн. Новосибирск: Наука. 318 с. (Совм. с Н.И. Макаренко, В.И. Налимовым, В.Ю. Ляпидевским, П.И. Плотниковым, И.В. Стуровой, В.И. Букреевым, В.А. Владимировым.)

1986

К теории нелинейных волн // Аннот. докл. 6-го Всесоюз. съезда по теор. и прикл. механике. Ташкент, 1986. Ташкент: Фан. С. 493–494.

1987

К теории нелинейных волн // Механика и научно-технический прогресс. Т. 2. Механика жидкости и газа. М.: Наука. С. 200–210.

Развитие гидромеханики в Сибирском отделении АН СССР // ПМТФ. № 4. С. 3–22 (Совм. с Б.А. Луговцовым).

1990

Ред. Лаврентьев М.А. Избранные труды. Математика и механика. М.: Наука. 600 с. (Совм. с Н.Н. Боголюбовым, В.С. Владимировым и др.)

1991

Об асимптотическом представлении уединенных волн // Докл. АН СССР. Т. 318. № 3. С. 556–559.

Точные результаты в теории волн на воде // Тр. Всесоюз. конф. “Нелинейные явления”. М.: Наука. С. 133–139.

1992

Программа ПОДМОДЕЛИ. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО РАН. 11 с.

1993

О свойстве x -автономии // Докл. РАН. Т. 330. № 5. С. 559–561.

Об оптимальных системах подалгебр // Докл. РАН. Т. 333. № 6. С. 702–704.

The group analysis algorithms // Modern Group Analysis: Advanced in Analytical and Computational Methods in Mathematical Physics. Dordrecht: Cluwer, P. 277–289.

The symmetry of isentropic ideal gas flows // Abstr. Int. Workshop on Advances in Analytical Methods in Aerodynamics, Poland, Miedzyzdroje, 1993. P. 41.

Об оптимальных системах подалгебр // Тр. XI Российского коллоквиума “Современный групповой анализ и задачи математического моделирования”, Самара, 1993. Самара: Изд-во Самар. ун-та. С. 9–10.

1994

Программа ПОДМОДЕЛИ. Газовая динамика // ПММ. Т. 58. Вып. 4. С. 30–55.

Изобарические движения газа // Дифференц. уравнения. Т. 30. № 10. С. 1792–1799.

The group analysis purposes // Lie Group and their Appl. V. 1. № 1. P. 193–202.

On the optimal systems of subalgebras // Lie Group and their Appl. V. 1. № 2. P. 18–26.

Особый вихрь // Тез. Междунар. школы-семинара “Аналитические методы и оптимизация процессов жидкости и газа САМГОП-94”, Арзамас, 1994. С. 87.

1995

Особый вихрь // ПМТФ. Т. 36. № 3. С. 45–52.

Двойные звуковые волны // Сиб. мат. журн. Т. 36. № 3. С. 611–618.

Регулярные и нерегулярные частично инвариантные решения // Докл. РАН. Т. 343. № 2. С. 156–159.

Regular partially invariant submodels of gas dynamics equations // J. Nonlin. Math. Phys. V. 2. № 3–4, P. 236–246. (Совм. с А.П. Чупахиным.)

1996

Инвариантные интегральные законы сохранения // Докл. РАН. Т. 351. № 5. С. 599–602.

Регулярные частично инвариантные подмодели уравнений газовой динамики // ПММ. Т. 60. Вып. 6. С. 990–999. (Совм. с А.П. Чупахиным.)

Регулярные типа (2, 1) подмодели уравнений газовой динамики // ПМТФ. Т. 37. № 2. С. 3–13.

1997

Каноническая форма инвариантных подмоделей газовой динамики. Препринт № 3–97. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО РАН.

Partially invariant solutions to gas dynamics equations // Abstr. Int. Conf. Modern Group Analysis VII. Lie Groups and Contemporary Symmetry Analysis. Sophus Lie Conference Center. Nordfjordeid, Norway, 1997. P. 49.

Развитие механики жидкостей и газов в ИГиЛ СО РАН в 1986–1996 годы // ПМТФ. Т. 38. № 4. С. 3–27. (Совм. с Б.А. Луговцовым.)

1998

Плоские течения газа с замкнутыми линиями тока // Докл. РАН. Т. 361. № 1. С. 51–53.

Об иерархии инвариантных подмоделей дифференциальных уравнений // Докл. РАН. Т. 361. № 6. С. 740–742.

1999

О “простых” решениях уравнений динамики политропного газа // ПМТФ. Т. 40. № 2. С. 5–12.

О сепаратрисах для одного аналога “стандартного” отображения // Докл. РАН. Т. 369. № 6. С. 743–744.

Некоторые итоги выполнения программы “ПОДМОДЕЛИ” для уравнений газовой динамики // ПММ. Т.63. № 3. С. 362–372.

2000

Газовый маятник // ПМТФ. Т. 41. № 5. С. 115–119.

2001

О периодических движениях газа // ПММ. Т.65. № 4. С. 567–577.

2003

Симметрия барохронных движений газа // Сиб. мат. ж. Т.44. № 5. С. 1098–1109.

Лекции по основам газовой динамики, Москва; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 335 с.

2004

Групповая классификация уравнений вида $u'' = f(x, y)$ // ПМТФ. Т.45. № 2. С. 5–10.

О движениях газа с “одномерным потенциалом” // Докл. РАН. Т. 394. № 2. С. 200–202.

2006

Уравнения Клебша и новые модели вихревых движений жидкости // Тез. докл. 9-го Всерос. съезда по теорет. и прикл. механике. Нижний Новгород. Т. 2. С. 140.