

# Об одной экстремальной функции, связанной с неравенством А.А. Маркова

В.П. Скляр (Саратов)

## Аннотация

Будут представлены к обсуждению графики экстремальных функций, связанных с равномерно взвешенным неравенством Маркова для нормы производной алгебраического многочлена.

Функция

$$M_n(x) = \sup_{p \in P_n, p \neq 0} \frac{|\rho(x)p'(x)|}{\|\rho p\|}, \quad (1)$$

впервые была рассмотрена А.А. Марковым [1] в конце девятнадцатого столетия для веса  $\rho(x) \equiv 1$ ,  $\langle a, b \rangle = [-1, 1]$  и нормы  $\|f\| = \max_{x \in \langle a, b \rangle} |f(x)|$ . Здесь  $P_n$  – множество алгебраических многочленов, степени не выше  $n$ . Позднее в двадцатом столетии в работах С.Н. Бернштейна, Е.В. Вороновской, В.С. Виденского и многих других исследовались различные свойства таких функций аналитическими методами. Насколько известно автору, в наше время нет общепринятой вычислительной схемы, позволяющей численно строить график функции (1). Используемая в рассматриваемом случае схема вычислений ( $\rho(x) = e^{-|x|}$  и промежутков  $\langle a, b \rangle = (-\infty, \infty)$ ) в основном опирается на одно из утверждений работы [1], суть которого заключается в том, что экстремальным в неравенстве Маркова, по необходимости, будет многочлен Золотарева. Подробное изложение этого вопроса в случае равномерно взвешенной нормы можно найти в [4]. Отметим, что полученное А.А. Марковым аналитическое выражение для  $M_2(x)$  позволяет судить о точности проводимых численных экспериментов. Оценки для максимальных значений функции  $M_n(x)$  для веса Лагерра в случае оси и полуоси можно найти в работах [2, 3].

## Список литературы

- [1] Марков А.А., Об одном вопросе Д. И. Менделеева. Избранные труды. ГИТТЛ М.-Л., 1948, 51-75.
- [2] Levin A. L. and Lubinsky D. S.,  $L_\infty$  Markov and Bernstein inequalities for Freud weights, SIAM J. Math. Anal. **21** (1990), no. 4, 1065–1082.
- [3] Скляр В. П., О точной константе в неравенстве Маркова для веса Лагерра. Матем. сб., 200:6 (2009), 109-118.
- [4] Schönage A.. Approximationstheorie. Walter de Gruyter & Co., Berlin-New York 1971, 212 pp.